

٦٠ سؤال
من اسئلة الرخصة المهنية لرياضيات
لعام ١٤٤٢
(ثمرة النجاح تأتي من الصبر الطويل)

تويتر: *math2030s*

س٢) اذا كان متوسط درجات اربع طلاب
 =12 ، اذا حذفنا اعلى درجة يصبح
 المتوسط 11 فما قيمة أعلى درجة؟
 الحل:

$$m = \frac{\text{مجموعهم}}{\text{عددهم}} \rightarrow 12 = \frac{x}{4} \rightarrow$$

$$x = 48$$

$$11 = \frac{x}{3} \rightarrow x = 33$$

$$48 - 33 = 15$$

س١) ما الحد الثابت في مفكوك $(x^2 + \frac{1}{x})^6$
 الحل:

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

$$\sum_{k=0}^6 \binom{6}{k} x^{2(6-k)} \left(\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^6 \binom{6}{k} x^{12-2k} x^{-k}$$

$$= \sum_{k=0}^6 \binom{6}{k} x^{12-3k}$$

$$12 - 3k = 0 \rightarrow 12 = 3k \rightarrow 4 = k$$

$$\binom{6}{4} = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \cdot 2 \times 1} = 15$$

س٤) بكم طريقة يستطيع 7 أشخاص الجلوس على الطاولة الدائرية؟

الحل:

$$(n - 1)! = (7 - 1)! = 6!$$

س٥) اذا كانت

فان $g(x) = 2x^2$, $f(x) = \sqrt{2x}$
 $g \circ f(x)$

$$g[f(\sqrt{2x})] = 2(\sqrt{2x})^2 = 2 \times 2x = 4x$$

س٣) قيمة x التي تجعل محدد المصفوفة يساوي صفر

$$\begin{bmatrix} x & 5 & 7 \\ 0 & 1+x & 6 \\ 0 & 0 & \frac{2x-1}{3} \end{bmatrix}$$

الحل:

$$x = 0$$

$$1+x = 0 \rightarrow x = -1$$

$$\frac{2x-1}{3} = 0 \rightarrow$$

$$2x-1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

س٧) اذا كان $f(x) = \tan x$ فان $g(x) = \sqrt{x}$ ،
 $f \circ g(x)$

الحل:

$$f[g(x)] = f(\sqrt{x}) = \tan \sqrt{x}$$

س٨) اذا كان $a < b < 5$ بحيث a, b اعداد اولية فان المضاعف المشترك الأصغر لـ $3a, 2b$

الحل: عددين اصغر من 5 هما 3 و 2

$$3a \times 2b = 6ab$$

س٦)

$$\frac{(\sqrt{-1})(\sqrt{-1})^2(\sqrt{(-1)^2})(\sqrt{-6})(\sqrt{2})}{\sqrt{3}}$$

الحل:

ملحوظة $i^2 = -1, \sqrt{-1} = i$

$$\sqrt{(-1)^2} = |1|$$

$$\frac{(i)(-1)(1)(\sqrt{-1 \times 6})(\sqrt{2})}{\sqrt{3}} =$$

$$\frac{(-i)(1)(\sqrt{12})(i)}{\sqrt{3}} = \frac{-i^2 \sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} =$$

$$\sqrt{4} = 2$$

س ١١) اذا كان الحد الثاني من متتابعة هندسية يساوي (-6) وحدها الخامس 162 فان الحد العام لهذه المتتابعة يساوي؟

الحل:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$-6 = a_1 r^{2-1}, \quad 162 = a_1 r^{5-1}$$

$$\frac{a_1 r^4}{a_1 r^1} = \frac{162}{-6} \rightarrow r^3 = -27$$

$$r = -3$$

$$-6 = a_1 (-3)^1 \rightarrow a_1 = 2$$

$$a_n = 2(-3)^{n-1}$$

س ٩) اذا كانت النقطة تقع على $(0, 4)$ محيط الدائرة ومركز الدائرة $(3, 0)$ فان نصف قطر الدائرة؟

الحل:

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} =$$

$$\sqrt{(3 - 0)^2 + (0 - 4)^2} = \sqrt{9 + 16} =$$

$$\sqrt{25} = 5$$

س ١٠) $e^{-5x} e^x = e^2$ فان قيمة x تساوي؟

الحل:

$$e^{-5x} e^x = e^2 \rightarrow e^{-5x+x} = e^2$$

$$e^{-4x} = e^2 \rightarrow -4x = 2$$

$$x = \frac{-1}{2}$$

س ١٤) ما مدى الدالة $\frac{2x}{1-x}$

الحل: لما تكون من نفس الدرجة للبسط والمقام نأخذ المعاملات ونقسمهم

$$\frac{2}{-1} = -2$$

$$R - \{-2\}$$

س ١٥) بكم طريقة يمكن ترتيب اسم خالد؟

الحل:

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

س ١٢) $\ln\left(\frac{e^a}{e^b}\right) = \dots\dots\dots$

الحل:

ملحوظة: $\ln e^x = x$

$$\ln e^{a-b} = a - b$$

س ١٣) الشكل ادناه يمثل

	x	10
x		
5		50

الحل:

معادلة من الدرجة الثانية

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 2}{10 + x^4} \quad (\text{س ١٧})$$

الحل:

درجة البسط أقل من درجة المقام = صفر

س ١٨) رميت قطعة معدنية 4 مرات ما

احتمال ان تظهر الصورة في 4 مرات

معاً؟

الحل:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

س ١٦) مستقيم يقطع بيان القطع المكافئ

$$Y = 2x^2 - 8X + 9 \quad \text{عند النقطتين } (0, a) \text{ و } (b, 1)$$

ما ميل المستقيم ؟

الحل:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{a - 1}{0 - b}$$

$$(0, a) \rightarrow a = 0 - 0 + 9 \rightarrow a = 9$$

$$(b, 1) \rightarrow 1 = 2b^2 - 8b + 9 \rightarrow$$

$$2b^2 - 8b + 8 = 0$$

$$b^2 - 4b + 4 = 0 \rightarrow (b - 2)^2 = 0$$

$$b = 2$$

$$\frac{9 - 1}{0 - 2} = \frac{8}{-2} = -4$$

س١٩) زرع مزارع 540 نخلة واثمر منها 420 نخلة فما نسبة الشجر المثمر؟

الحل:

$$\frac{420}{540} \times 100 = 77\%$$

بالنسبة لهذا السؤال مو معطينا 77 بالاختياري اقرب قيمة لها 75

س٢٠) صندوق فيه 9كرات اذا كان 4زرقاء و5حمرات ، سحبنا منها 2 معا ، ما احتمال ان تكون كلها زرقاء؟

الحل: الكرات 9واخذنا منها 1بقي منها 8وعدد الكرات 4وبقي منها 3

$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$$

$$\frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{6}$$

س٢١) $\frac{10}{2+i}$
الحل:

$$\frac{10}{2+i} \times \frac{2-i}{2-i} = \frac{20-10i}{4+1} = \frac{20-10i}{5} = 4-2i$$

س٢٢) $10 + 6 \div 2 \times 3$
الحل:

$$10 + 3 \times 3 = 10 + 9 = 19$$

س٢٥) النقطة التي تقع في تمثيل

$$x - y > 2, \quad 2x + y < 3$$

الحل: تعويض مباشر بالنقاط المعطاة

$$(2, -8)$$

$$2 + 8 > 2 \rightarrow 10 > 2$$

$$4 - 8 < 3 \rightarrow -4 < 3$$

س٢٦) المساحة بين $x = 1, x = e$

والمنحنى $y = 0, y = \frac{1}{x}$

الحل: ملحوظة $\ln e = 1$

$$\int_1^e \frac{1}{x} dx \rightarrow \ln x \Big|_1^e$$

$$\ln e - \ln 1 = 1 - 0 = 1$$

س٢٣) اذا كان $f(x) = \frac{7}{2} \sqrt[3]{x^5}$

اوجد $\bar{f}(x)$

الحل:

$$\frac{7}{2} (x)^{\frac{5}{3}} = \frac{7 \cdot 5}{2 \cdot 3} (x)^{\frac{2}{3}} = \frac{35}{6} (x)^{\frac{2}{3}} =$$

$$\frac{35}{6} \sqrt[3]{x^2}$$

س٢٤) أوجد المشتقة $(x^2 + 1)^6$

الحل:

$$6(x^2 + 1)^{6-1} 2x =$$

$$12x(x^2 + 1)^5$$

س٢٩) إذا كانت مجموعة عناصر مضاعفات A
العدد 3, B مجموعة عناصر قواسم العدد 81

فان عدد عناصر $A \cap B = \dots$

الحل: $A = \{3, 6, 9, 27, 81, 729 \dots\}$

$B = \{1, 3, 9, 27, 81\}$

$A \cap B = 4$

س٣٠) إذا كان

$$\int_3^6 f(x) dx = 5, \int_1^6 f(x) dx = 2$$

فان $\int_1^3 2f(x) = \dots$

الحل:

$$\int_1^6 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_3^6 f(x) dx$$

$$2 = x + 5 \rightarrow -3 = x$$

$$\int_1^3 2f(x) = 2(-3) = -6$$

س٢٧) إذا كان $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ فان A^2 تساوي

الحل:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+4 & 2+8 \\ 2+8 & 4+16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 10 & 20 \end{bmatrix}$$

س٢٨) إذا كانت المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ فان

مجموع عناصر A^n يساوي

الحل: ولو كملنا المصفوفات نفس الشيء A^4 و A^5

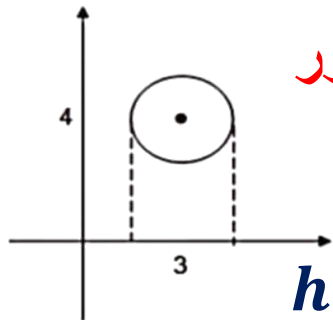
$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ و } A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ n & 1 \end{bmatrix} = 1 + 0 + n + 1 = n + 2$$

س٣٣) الضرب الداخلي للمتجهين
 $\langle 1, -1, 0 \rangle \langle -1, -2, 3 \rangle$ يساوي

الحل:

$$1(-1) - 1(-2) + 0(3) \\ = -1 + 2 + 0 = 1$$



س٣٤) في الشكل المجاور
 معادلة الدائرة

الحل: $h = 3, k = 4$

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 1$$

س٣١) $\sqrt{4x + 1} = \sqrt{2x + 2}$

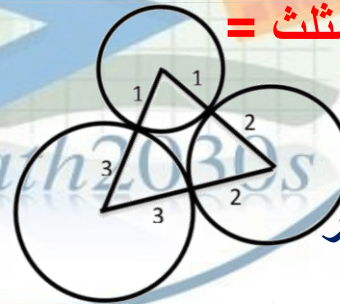
الحل: نربع الطرفين

$$4x + 1 = 2x + 2$$

$$4x - 2x = 2 - 1$$

$$2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

س٣٢) ثلاث دوائر متماسه متى متى انصاف
 اقطارها 1, 2, 3 فان مساحة المثلث =



الحل: اطوال المثلث القائم المشهور

3, 4, 5

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

س ٣٦) مجموعة حل المتتابعة

$$\frac{2}{x^2+2x-3} < 0$$

الحل:

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x = -3, \quad x = 1$$

$$(-3, 1)$$

س ٣٧)

$$1 - 2 + 3 - 4 \dots - 998 + 999 - 1000 + 1001$$

الحل:

ملحوظة: الاعداد من 1000 \rightarrow 1 وكل عددين يعطونا -1

$$\frac{1000}{2} = 500$$

$$(-1) + (-1) + (-1) + \dots + (-1) + 1001 =$$

$$-500 + 1001 = 501$$

س ٣٥) كم عدد عناصر المجموعة

$$\left\{ 3\frac{2}{3}, 4\frac{1}{3}, 5, 5\frac{2}{3}, \dots, 26\frac{2}{3}, 27 \right\}$$

الحل:

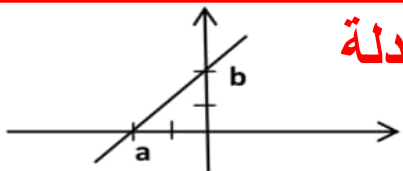
ملحوظة: الحدود

(الاخير - الاول \div الثاني - الاول) + 1

$$\left(\frac{a_n - a_1}{a_2 - a_1} \right) + 1 = \left(\frac{27 - \frac{11}{3}}{\frac{13 - 11}{3}} \right) + 1$$

$$= \left(\frac{\frac{70}{3} - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3}} \right) + 1 = \left(\frac{70}{3} \times \frac{3}{2} \right) + 1 =$$

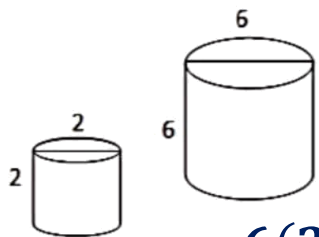
$$\frac{70}{2} + 1 = 35 + 1 = 36$$



س ٤٠) الرسم يمثل المعادلة

الحل: $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{0 + 2} = 1$
 $y = (x + 2)$

س ٤١) كم اسطوانة نحتاج لتمتلي الاسطوانة الكبيرة؟



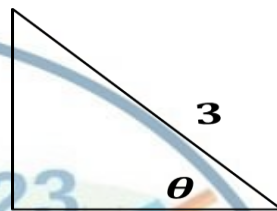
الحل:

حجم الاسطوانة: $\pi r^2 h$

$$6(3)^2\pi = 54\pi,$$

$$2(1)^2\pi = 2\pi$$

$$\frac{\text{الاسطوانة الكبيرة}}{\text{الاسطوانة الصغيرة}} = \frac{54}{2} = 27$$



س ٣٨) أوجد قيمة $\sin \theta$

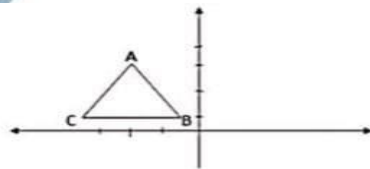
الحل: $\sin \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{x}{3}$

$$3^2 = 1^2 + x^2 \rightarrow 8 = x^2$$

$$2\sqrt{2} = x$$

$$\sin \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

س ٣٩) انعكاس النقطة A حول محور السينات



الحل:

$$(x, y) = (x, -y)$$

$$(-2, 3) = (-2, -3)$$

$$y = (\sqrt{x} + 1)(1 - \sqrt{x}) \quad (\text{س ٤٤})$$

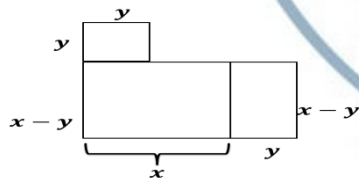
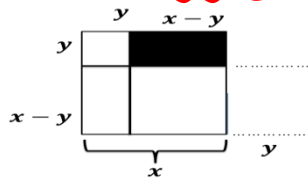
فان \bar{y} تساوي

$$\text{الحل: } y = \sqrt{x} - x + 1 - \sqrt{x} =$$

$$y = -x + 1$$

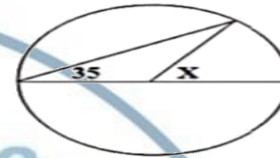
$$\bar{y} = -1$$

س ٤٥) اذا قطعنا المظلل من الشكل ووضعناه على المنقط فان الشكل يمثل



$$\begin{aligned} & x(x - y) + y(x - y) \\ &= (x - y)(x + y) = x^2 - y^2 \end{aligned}$$

س ٤٢) أوجد قياس x



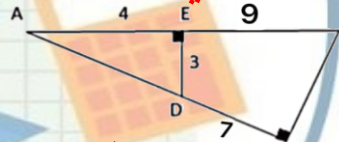
الحل:

الزاوية المركزية = ضعف الزاوية المحيطية

$$x = 2(35) = 70^\circ$$

س ٤٣) في الشكل طول \overline{BC} يساوي

الرسم ليس بالمقياس



الحل : المثلث الصغير مباشر من نظرية

فيثاغورس (3, 4, 5)

$$\therefore 4 + 9 = 13$$

$$7 + 5 = 12$$

المثلث الكبير (5, 12, 13)

$$\therefore BC = 5$$

س٤٧) أي المتسلسلات الهندسية التالية متباعدة

الحل: نجرب بالاختيارات تكون متباعدة اذا كان

$$r > 1$$

$$\left\{ \frac{n^2}{n+1} \right\}_{n=1}^{\infty}$$

نعوض $1, 2, 3, \dots$

$$\frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{9}{4}, \dots$$

$$r = \frac{4}{3} \div \frac{1}{2} = \frac{4}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{8}{3}$$

$$\frac{8}{3} > 1$$

∴ تمثل متسلسلة هندسية متباعدة

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[n \sin \frac{\pi}{n} \right] = \quad (\text{س ٤٦})$$

الحل:

$$\text{ملحوظة (1): } \frac{\pi}{n} \div \frac{\pi}{n} = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \frac{\pi}{n} \sin \left(\frac{\pi}{n} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \pi \frac{\sin \frac{\pi}{n}}{\frac{\pi}{n}} =$$

$$\text{ملحوظة (2): } \frac{\pi}{n} \rightarrow 0 \text{ و } n \rightarrow \infty$$

$$\lim_{\frac{\pi}{n} \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{\pi}{n}}{\frac{\pi}{n}} = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \pi \frac{\sin \frac{\pi}{n}}{\frac{\pi}{n}} = \pi \cdot 1 = \pi$$

س٥٠) تقسم الدرجة الكلية في مادة الرياضيات الى قسمين : 60 درجة للأعمال الفصلية و 40 درجة للاختبار النهائي ، اذا حصل احمد على 95% في الأعمال الفصلية ، فما الدرجة التي يجب ان يحصل عليها في الاختبار النهائي لكي يحصل على معدل 90% في المقرر؟

$$\text{الحل: } 60 \times \frac{95}{100} = \frac{570}{10} = 57$$

$$90 - 57 = 33$$

س٤٨) المقدار $(2x + 3)^2 - (x - 1)^2$ يساوي

$$\text{الحل: } 4x^2 + 12x + 9 - (x^2 - 2x + 1) =$$

$$4x^2 + 12x + 9 - x^2 + 2x - 1 =$$

$$3x^2 + 14x + 8$$

س٤٩) اذا علمت ان محيط الدائرة 44 ، فما هي مساحة الدائرة (اذا كان $\pi = \frac{22}{7}$)

$$\text{الحل: } \text{محيط الدائرة} = 2\pi r$$

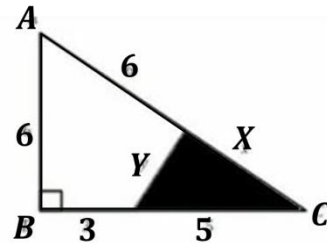
$$2\pi r = 44$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 44 \rightarrow r = \frac{44 \times 7}{44} = 7$$

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi r^2$$

$$\frac{22}{7} \times 49 = 154$$

س ١٥) أوجد مساحة المنطقة المظللة



الحل: المثلث الكبير من نظرية فيثاغورس

6, 8, 10

والمثلث الصغير من نظرية فيثاغورس

3, 4, 5

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

س ٥٢) التقرير $\sim(p \vee (\sim p \wedge q))$

يكافئ التقرير

الحل: التقرير $(p \vee (\sim p \wedge q))$ بنرمز له *

التقرير $\sim(p \vee (\sim p \wedge q))$ بنرمز له &

بالتجريب

P	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge q$	*	&	$\sim p \wedge \sim q$
T	T	F	F	F	T	F	F
T	F	F	T	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T	F	F
F	F	T	T	F	F	T	T

$$\therefore p \vee (\sim p \wedge \sim q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

س٥٦) اذا قام المعلم بإعطاء طلابه عدداً من المثلثات ، وطلب منهم قياس زواياها ، ثم جمع القياسات لكل مثلث وبعد ذلك اخبرهم ان (مجموع زوايا المثلث يساوي 180) فما طريقة

- التدريس التي طبقها المعلم
- (١) التركيبية
 - (٢) التحليلية
 - (٣) الاستقرائية
 - (٤) الاستنتاجية

س٥٧) قدرة الطالب على شرح مفهوم بأسلوبه الخاص يعتبر من اساليب :

- (١) الاستنتاج الرياضي
- (٢) الترابط الرياضي
- (٣) التمثيل الرياضي
- (٤) التواصل الرياضي

س٥٣) أي من الاتي لا يعد من عناصر المعرفة الرياضية

- (١) المفاهيم
- (٢) التعاميم
- (٣) العمليات
- (٤) المهارات

س٥٤) تحديد الاستراتيجية المناسبة للحل تقع في أي مرحلة عند العلم بوليا

- (١) فهم المسألة
- (٢) وضع خطة
- (٣) تنفيذ الخطة
- (٤) التحقق من الحل

س٥٥) اذا نجح محمد في اختباراتهِ فسيُسمح له مع زملائه ، اذا سافر محمد مع زملائه فسيذهب الى أبها

$$\text{الحل : } A \rightarrow B \quad B \rightarrow C$$

$$A \rightarrow C$$

اذا نجح محمد في اختباراتهِ فسيذهب الى ابها

س٦٠) اذا كان المتوسط الحسابي للقيم
 $8, 11, 14, x$ هو 12
 فما اعلى قيمة في هذا القيم؟

الحل : $m = \frac{\text{مجموعهم}}{\text{عددهم}}$

$$12 = \frac{x + 11 + 14 + 8}{4}$$

$$48 = x + 33$$

$$48 - 33 = x$$

$$15 = x$$

∴ أعلى قيمة هي 15

س٥٨) لأثبت أن x^2 عدد زوجي فان x عدد
 زوجي نفرض ان x عدد فردي فنثبت ان x^2
 عدد فردي ما هو البرهان :
 (١) مثال مضاد (٢) متناقض
 (٣) عكس مباشر (٤) مباشر

س٥٩) أي مما يأتي ليس من استراتيجيات حل
 المسألة

- (١) رسم صورة (٢) التخمين والتحقق
 (٣) البحث عن نمط (٤) البرهان الرياضي