

موقع تو عرب التعليمي

www.arabia2.com/vb



حل كل معادلة مما يأتي لقيم θ جميعها الموضحة بجانب كل منها : (مثال 1)

$$\cos^2 \theta + 2 \cos \theta + 1 = 0 ; 0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ \quad (1)$$

$$2 \cos^2 \theta + \cos \theta = 1 ; 0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ \quad (2)$$



حل كل معادلة مما يأتي لقيم θ جميعها الموضحة بجانب كل منها : (مثال 1)

$$-2 \sin^2 \theta = 7 - 15 \sin \theta ; 0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ \quad (3)$$

$$\cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 ; 0^\circ \leq \theta \leq 240^\circ \quad (4)$$



معادلة مثلثية لها عدد لا نهائي من الحلول

حل كل معادلة مما يأتي، لقيم θ جميعها إذا كان قياس θ بالراديان: (مثال 2)

$$2 \cos^2 \theta = 1 \quad (6) \qquad 4 \sin^2 \theta - 1 = 0 \quad (5)$$



معادلة مثلثية لها عدد لا نهائي من الحلول

حل كل معادلة مما يأتي، لقيم θ جميعها إذا كان قياس θ بالراديان: (مثال 2)

$$2 \cos^2 \theta + 4 \cos \theta = -2 \quad (8) \quad \sin \frac{\theta}{2} - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} = 0 \quad (7)$$



(13) **الليل والنهار:** إذا كان عدد ساعات النهار في إحدى المدن هو d ، ويمكن تمثيلها بالمعادلة $d = 3 \sin \frac{2\pi}{365} t + 12$ ، حيث t عدد الأيام بعد 21 مارس، فأجب عما يأتي: (مثال 3)

- (a) في أي يوم سيكون عدد ساعات النهار في المدينة $10 \frac{1}{2}$ h تمامًا؟
- (b) باستعمال النتيجة في الفرع a، ما أيام السنة التي يكون فيها عدد ساعات النهار $10 \frac{1}{2}$ ساعات على الأقل إذا علمت أن أطول نهار في السنة يحدث تقريباً يوم 22 يونيو؟ فسّر إجابتك.



الحلول الدخيلة: بعض المعادلات المثلثية ليس لها حل. فعلى سبيل المثال، المعادلة $\cos \theta = 4$ ليس لها حل؛ لأن قيم $\cos \theta$ جميعها تقع في الفترة $[-1, 1]$. كما أن بعض المعادلات المثلثية تعطي حلولاً لا تحقق المعادلة الأصلية، وتسمى مثل هذه الحلول حلولاً دخيلة.

إذا لم تتمكن من حل معادلة بالتحليل إلى العوامل، فحاول إعادة كتابة العبارات التي تتضمنها باستعمال المتطابقات المثلثية. وقد يقودنا استعمال المتطابقات وبعض العمليات الجبرية، كالتربيع مثلاً إلى حلول دخيلة. لذا، من الضروري التحقق من حلولك باستعمال المعادلات الأصلية.

حل معادلات مثلثية مع وجود حلول دخيلة

حُل المعادلة: $\sin \theta = 1 + \cos \theta$ إذا كان $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$

المعادلة الأصلية

ربع

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

ب طرح 1 من الطرفين، وإضافة $\cos^2 \theta$ لكلا الطرفين

حلل

$$2 \cos \theta = 0$$

$$\cos \theta = 0$$

$$\theta = 90^\circ, 270^\circ$$

$$\sin \theta = 1 + \cos \theta$$

$$\sin^2 \theta = (1 + \cos \theta)^2$$

$$1 - \cos^2 \theta = 1 + 2 \cos \theta + \cos^2 \theta$$

$$0 = 2 \cos \theta + 2 \cos^2 \theta$$

$$0 = 2 \cos \theta (1 + \cos \theta)$$

$$\text{أو } 1 + \cos \theta = 0$$

$$\text{أو } \cos \theta = -1$$

$$\text{أو } \theta = 180^\circ$$

التحقق:

$$\sin \theta = 1 + \cos \theta$$

$$\sin 90^\circ \stackrel{?}{=} 1 + \cos 90^\circ$$

$$1 \stackrel{?}{=} 1 + 0$$

$$1 = 1 \quad \checkmark$$

$$\sin \theta = 1 + \cos \theta$$

$$\sin 270^\circ \stackrel{?}{=} 1 + \cos 270^\circ$$

$$-1 \stackrel{?}{=} 1 + 0$$

$$-1 \neq 1 \quad \times$$

إذن 270° حلًا دخيلًا

$$\sin \theta = 1 + \cos \theta$$

$$\sin 180^\circ \stackrel{?}{=} 1 + \cos 180^\circ$$

$$0 \stackrel{?}{=} 1 + (-1)$$

$$0 = 0 \quad \checkmark$$

إذن للمعادلة حلان هما $90^\circ, 180^\circ$.



حل معادلات مثلثية مع وجود حلول دخيلة

حُلّ المعادلة:

$$\cos^2 \theta + 3 = 4 - \sin^2 \theta \quad (4)$$



AWATEF ALJOHANI



حل المعادلات المثلثية باستعمال متطابقات

حل كل معادلة مما يأتي، لقيم θ جميعها ، إذا كان قياس θ بالدرجات:

$$\frac{\cos \theta}{\cot \theta} + 2 \sin^2 \theta = 0 \quad (5B)$$

$$\sin \theta \cot \theta - \cos^2 \theta = 0 \quad (5A)$$

تنبیه

دالة الظل

تذكر أن طول الدورة لدالة

الظل هو π ، وهذا يببرر كتابة

الحلول في الصورة:

$$\theta = 60^\circ + 180^\circ k$$

$$\theta = 120^\circ + 180^\circ k$$



حل كل معادلة مما يأتي: (المثالان 4, 5)

(14) $\sin^2 2\theta + \cos^2 \theta = 0$ لجميع قيم θ إذا كان قياس θ بالدرجات.

(15) $\sin 2\theta - \cos \theta = 0$ لجميع قيم θ إذا كان قياس θ بالدرجات.

تنبیه!

دالة الظل

تذكر أن طول الدورة لدالة
الظل هو π ، وهذا يبهر كتابة
الحلول في الصورة:

$$\theta = 60^\circ + 180^\circ k$$

$$\theta = 120^\circ + 180^\circ k$$



(16) $\tan \theta = 1$ لجميع قيم θ إذا كان قياس θ بالدرجات.

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{4}; 0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ \quad (17)$$

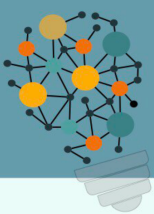


AWATEF ALJOHANI



(21) $\tan \theta - \sin \theta = 0$ لجميع قيم θ إذا كان قياس θ بالدرجات.

(22) $4 \sin^2 \theta = 4 \sin \theta - 1$ لجميع قيم θ إذا كان قياس θ بالدرجات.



تدريب على اختبار

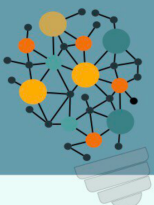
(47) أي مما يأتي ليس حلًا للمعادلة $\sin \theta + \cos \theta \tan^2 \theta = 0$ ؟

$\frac{3\pi}{4}$ **D** 2π **C** $\frac{7\pi}{4}$ **B** $\frac{5\pi}{2}$ **A**

(48) ما حل المعادلة $\csc x = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$ ، حيث $0^\circ < x < 360^\circ$ ؟

210° أو 330° **C** 30° أو 150° **A**

240° أو 300° **D** 60° أو 120° **B**



الواجب

حل كل معادلة مما يأتي:

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{4}; 0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ \quad (17)$$

$$4 \sin^2 \theta = 4 \sin \theta - 1 \quad (22) \text{ لجميع قيم } \theta \text{ إذا كان قياس } \theta \text{ بالدرجات.}$$

