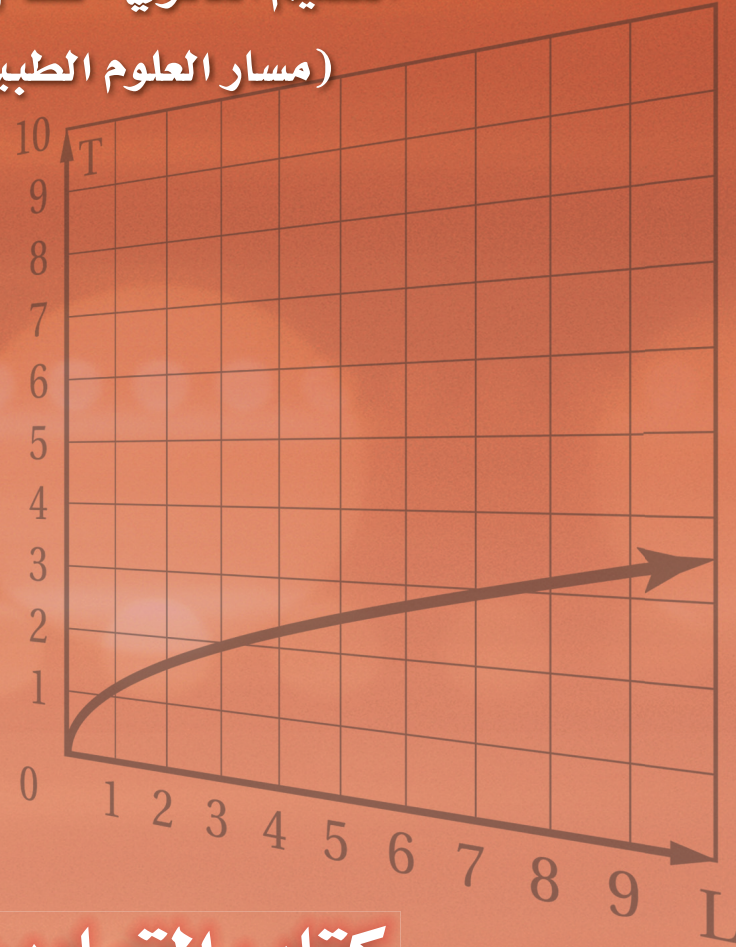


# رياضيات ٣

التعليم الثانوي - نظام المقررات

(مسار العلوم الطبيعية)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$



كتاب التمارين

طبعة ١٤٣٨-١٤٣٩ هـ  
٢٠١٧-٢٠١٨ م

# رياضيات ٣

الاسم: .....

المدرسة: .....

قررت وزارة التعليم تدریس  
هذا الكتاب وطبعه على نفقتها



المملكة العربية السعودية

# رياضيات ٣

التعليم الثانوي  
(نظام المقررات)  
(مسار العلوم الطبيعية)

كتاب التمارين

قام بالتأليف والمراجعة  
فريق من المتخصصين

يُوزع مجاناً للإيِّاع

طبعة ١٤٣٨ - ١٤٣٩ هـ  
٢٠١٧ - ٢٠١٨ م

ح) وزارة التعليم ، ١٤٣٨هـ

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر  
وزارة التعليم  
الرياضيات ٣ (كتاب التمارين) التعليم الثانوي نظام المقررات (مسار العلوم  
الطبيعية) وزارة التعليم - الرياض ، ١٤٣٨هـ  
٣٢ ص ؛ ٥ ، ٢٧ × ٢١ سم  
ردمك : ٧ - ٤٧٢ - ٥٠٨ - ٦٠٣ - ٩٧٨

١ - الرياضيات - مناهج - السعودية  
العنوان  
ديوي ٥١ ، ٣٧٥٠  
٢ - التعليم الثانوي - مناهج -  
١٤٣٨ / ٤٥٧٤

رقم الإيداع : ١٤٣٨ / ٤٥٧٤  
ردمك : ٧ - ٤٧٢ - ٥٠٨ - ٦٠٣ - ٩٧٨

لهذا المقرر قيمة مهمة وفائدة كبيرة فلنحافظ عليه، ولنجعل نظافته تشهد على حسن سلوكنا معه.

إذا لم نحفظ بهذا المقرر في مكتبتنا الخاصة في آخر العام للاستفادة ، فلنجعل مكتبة مدرستنا تحتفظ به.

حقوق الطبع والنشر محفوظة لوزارة التعليم - المملكة العربية السعودية

موقع وزارة التعليم

[www.moe.gov.sa](http://www.moe.gov.sa)

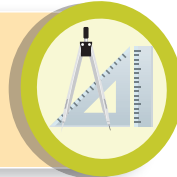
موقع مشروع الرياضيات والعلوم الطبيعية

[www.obeikaneducation.com](http://www.obeikaneducation.com)

البريد الإلكتروني :

لقسم الرياضيات - الإدارة العامة للمناهج

[math.cur@moe.gov.sa](mailto:math.cur@moe.gov.sa)



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



# الفهرس

## الفصل الأول:

### الدوال والمتباينات

- 1-1 خصائص الأعداد الحقيقية 6  
1-2 العلاقات والدوال 7  
1-3 دوال خاصة 8  
1-4 تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانياً 9  
1-5 حل أنظمة المتباينات الخطية بيانياً 10  
1-6 البرمجة الخطية والحل الأمثل 11

## الفصل الثالث:

### كثيرات الحدود ودوالها

- 3-1 الأعداد المركبة 17  
3-2 القانون العام والمميز 18  
3-3 العمليات على كثيرات الحدود 19  
3-4 قسمة كثيرات الحدود 20  
3-5 دوال كثيرات الحدود 21  
3-6 حل معادلات كثيرات الحدود 22  
3-7 نظريتا الباقي والعوامل 23  
3-8 الجذور والأصفار 24

## الفصل الثاني:

### المصفوفات

- 2-1 مقدمة في المصفوفات 12  
2-2 العمليات على المصفوفات 13  
2-3 ضرب المصفوفات 14  
2-4 المحددات وقاعدة كرامر 15  
2-5 النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية 16

## الفصل الرابع:

### العلاقات والدوال العكسية

### والجذرية

- 4-1 العمليات على الدوال 25  
4-2 العلاقات والدوال العكسية 26  
4-3 دوال ومتباينات الجذر التربيعي 27  
4-4 الجذر النوني 28  
4-5 العمليات على العبارات الجذرية 29  
4-6 الأسس النسبية 30  
4-7 حل المعادلات والمتباينات الجذرية 31

## الفصل الأول: الدوال والمتباينات

1-1

### خصائص الأعداد الحقيقية

حدّد مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد ممّا يأتي:

0 (4)	$\sqrt[3]{27}$ (3)	$\sqrt{7}$ (2)	6425 (1)
-31.8 (8)	-35 (7)	$-\sqrt{16}$ (6)	$\sqrt{\frac{25}{36}}$ (5)

ما الخاصية الموضحة في كل ممّا يأتي؟

$$7n + 2n = (7 + 2)n \quad (11) \quad 5(3x + y) = 5(3x + 1y) \quad (10) \quad 7 + (9 + 8) = (7 + 9) + 8 \quad (9)$$

$$(6 + -6)y = 0y \quad (14) \quad 3x \cdot 2y = 3 \cdot 2 \cdot x \cdot y \quad (13) \quad 3(2x)y = (3 \cdot 2)(xy) \quad (12)$$

$$4 + 0 = 4 \quad (17) \quad 5(x + y) = 5x + 5y \quad (16) \quad \frac{1}{4} \cdot 4 = 1 \quad (15)$$

أوجد النظير الجمعي والنظير الضربي لكل عدد ممّا يأتي:

$$-1.6 \quad (19) \quad 0.4 \quad (18)$$

$$5\frac{5}{6} \quad (21) \quad -\frac{11}{16} \quad (20)$$

بسّط كل عبارة ممّا يأتي:

$$-11a - 13b + 7a - 3b \quad (23) \quad 5x - 3y - 2x + 3y \quad (22)$$

$$4c - 2c - (4c + 2c) \quad (25) \quad 8x - 7y - (3 - 6y) \quad (24)$$

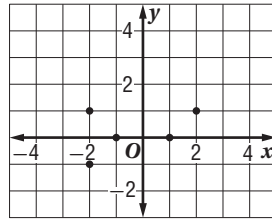
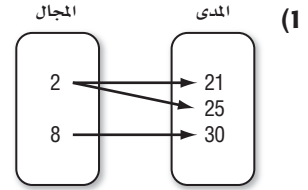
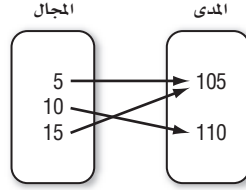
$$\frac{1}{5}(10a - 15b) + \frac{1}{2}(8b + 4a) \quad (27) \quad 3(r - 10t) - 4(7t + 2r) \quad (26)$$

$$\frac{5}{6}\left(\frac{3}{5}x + 12y\right) - \frac{1}{4}(2x - 12y) \quad (29) \quad 2(4z - 2x + y) - 4(5z + x - y) \quad (28)$$

(30) سفر: قاد علي سيارته بسرعة 60 mi/h مدة  $t$  ساعة، بينما قاد سعيد سيارته بسرعة 50 mi/h مدة  $(t + 2)$  ساعة. اكتب عبارة مبسطة تمثل مجموع المسافتين اللتين قطعهما علي وسعيد.

(31) نظرية الأعداد: استعمل خصائص الأعداد الحقيقية لتحديد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أم خاطئة: إذا كان  $a \neq 0, b \neq 0$ ، وكان  $a > b$ ، فإن  $a\left(\frac{1}{a}\right) > b\left(\frac{1}{b}\right)$ . فسّر تبريرك.

حدد مجال كل علاقة ممّا يأتي ومداه، ويّين ما إذا كانت دالة أم لا. وإذا كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا؟

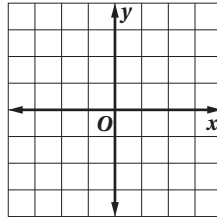


(3)

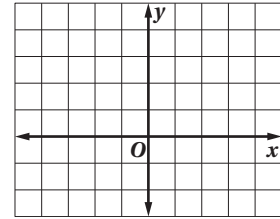
x	y
-3	0
-1	-1
0	0
2	-2
3	4

مثّل كل معادلة ممّا يأتي بيانياً، ثم حدد مجالها ومداه، وحدّد ما إذا كانت تمثل دالة أم لا، وإذا كانت كذلك فهل هي متباينة أم لا؟ ثم حدد ما إذا كانت منفصلة أم متصلة:

(6)  $y = 2x - 1$



(5)  $x = -1$



إذا كانت  $f(x) = \frac{5}{x+2}$ ,  $g(x) = -2x + 3$  فأوجد قيمة كل ممّا يأتي:

(9)  $g\left(\frac{1}{2}\right)$

(8)  $f(-4)$

(7)  $f(3)$

(12)  $f(m - 2)$

(11)  $g(-6)$

(10)  $f(-2)$

(13) مبيعات: تمثّل الأزواج المرتبة  $(1, 16), (2, 30), (3, 42), (4, 52), (5, 60)$  أسعار بيع أعداد مختلفة من منتج في أحد المحال التجارية (حيث يقل سعر القطعة بزيادة عدد القطع المشتراة)، حدد مجال هذه العلاقة ومداه، وهل هي متصلة أم منفصلة؟ وهل هي دالة؟

(14) عمليات حسابية: يستطيع حاسوب تنفيذ عملية حسابية واحدة خلال 0.0000000015 ثانية، ويعطى زمن تنفيذه لـ  $n$  عملية حسابية بالصيغة  $T(n) = 0.0000000015n$ . فما الزمن الذي يتطلبه ذلك الحاسوب لتنفيذ 5 بلايين عملية حسابية؟

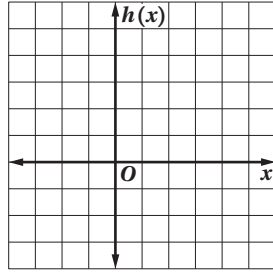


### 1-3

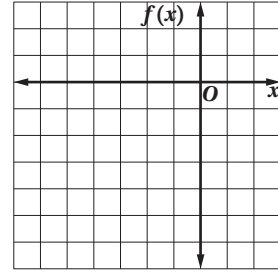
### دوال خاصة

مثل كل دالة مما يأتي بياناً، ثم حدد مجالها ومداهما:

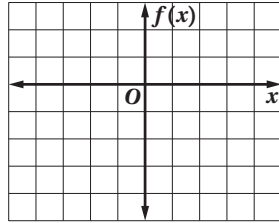
$$h(x) = \begin{cases} 4 - x & x > 0 \\ -2x - 2 & x < 0 \end{cases} \quad (2)$$



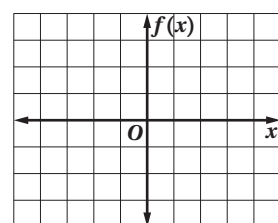
$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \leq -2 \\ 3x, & x > -2 \end{cases} \quad (1)$$



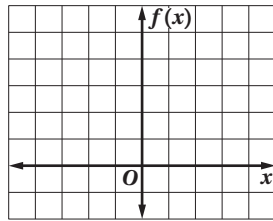
$$f(x) = [x] - 2 \quad (4)$$



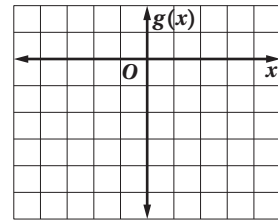
$$f(x) = [0.5x] \quad (3)$$



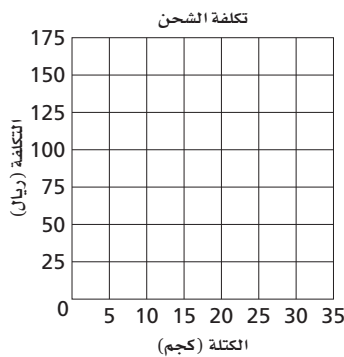
$$f(x) = |x + 1| \quad (6)$$



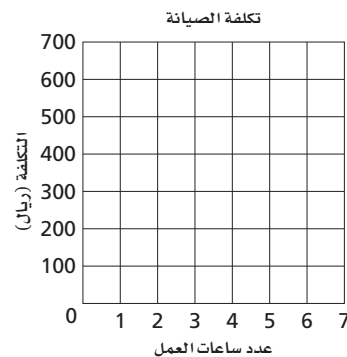
$$g(x) = -2|x| \quad (5)$$



(8) شحن: تتقاضى شركة شحن 5 ريالات عن كل كيلو جرام من البضاعة المعبأة في صناديق كتلتها أقل من 20 kg، و4.5 ريالات عن كل كيلو جرام من البضاعة المعبأة في صناديق كتلتها 20 kg أو أكثر. حدّد نوع الدالة التي تمثل هذا الموقف، ثم مثلها بيانياً.



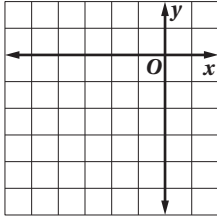
(7) أعمال: تتقاضى مؤسسة متخصصة في صيانة المصاعد 100 ريال عن كل ساعة عمل أو أي جزء منها تتطلبها الصيانة. حدّد نوع الدالة التي تمثل هذا الموقف، ثم مثلها بيانياً.



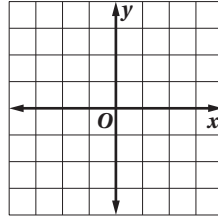
## تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانياً

مثل كل متباينة مما يأتي بيانياً:

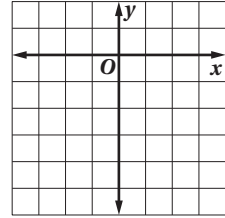
$$x + y \leq -4 \quad (3)$$



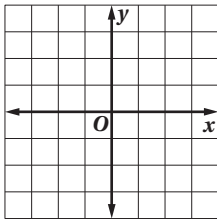
$$x > 2 \quad (2)$$



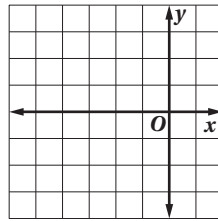
$$y \leq -3 \quad (1)$$



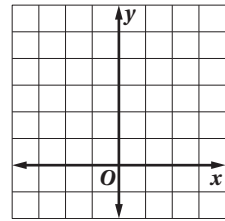
$$y - 1 \geq -x \quad (6)$$



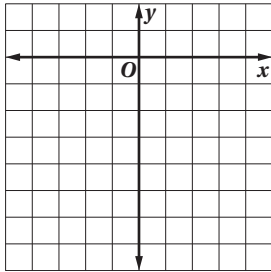
$$y < \frac{1}{2}x + 3 \quad (5)$$



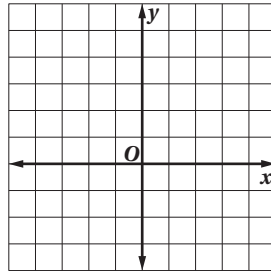
$$y < -3x + 5 \quad (4)$$



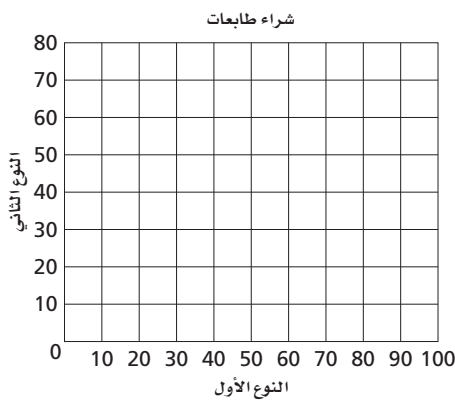
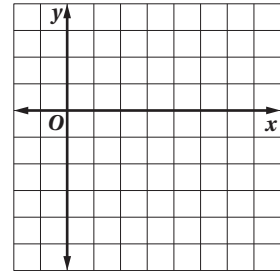
$$y > -3|x + 1| - 2 \quad (9)$$



$$y > |x| - 1 \quad (8)$$



$$x - 3y \leq 6 \quad (7)$$



**(10) طابعات:** أرادت مؤسسة شراء نوعين من الطابعات . فإذا كان سعر الطابعة من النوع الأول 1000 ريال ، ومن النوع الثاني 1200 ريال. وكان المبلغ المخصص لشراء تلك الطابعات لا يزيد على 80000 ريال.

**(a)** اكتب متباينة تبين عدد الطابعات من النوعين التي يمكن للمؤسسة شراؤها، ثم مثلها بيانياً.

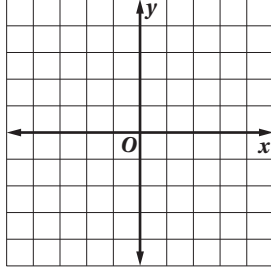
**(b)** إذا أرادت المؤسسة شراء 50 طابعة من النوع الأول، و25 طابعة من النوع الثاني، فهل يكفي المبلغ المخصص لشراؤها؟

## حل أنظمة المتباينات الخطية بيانياً

حل كل نظام مما يأتي بيانياً:

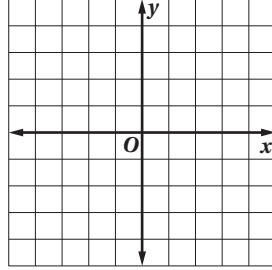
(3)  $y \leq 2x - 3$

$y \leq -\frac{1}{2}x + 2$



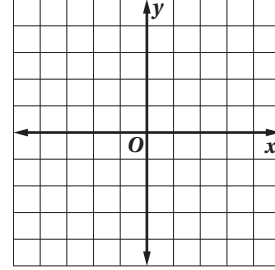
(2)  $x > -2$

$2y \geq 3x + 6$



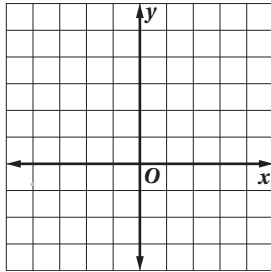
(1)  $y + 1 < -x$

$y \geq 1$



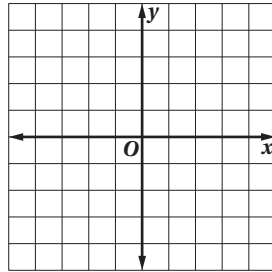
(6)  $3y > 4x$

$2x - 3y > -6$



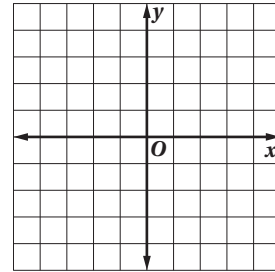
(5)  $|y| \leq 1$

$y < x - 1$



(4)  $x + y > -2$

$3x - y \geq -2$



أوجد إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني لكل نظام مما يأتي:

(9)  $y \geq 2x - 2$

$2x + 3y \geq 6$

$y < 4$

(8)  $x - y \leq 2$

$x + y \leq 2$

$x \geq -2$

(7)  $y \geq 1 - x$

$y \leq x - 1$

$x \leq 3$



(10) مهرجان ترفيهي: نظمت مؤسسة خيرية مهرجاناً ترفيهياً خصص ريعه لدعم المحتاجين، وحددت المؤسسة سعر التذكرة للكبار بـ 15 ريالاً، وللصغار بـ 11 ريالاً. فإذا كان المكان يسع 300 شخص، وخطط المنظمون لجمع ما لا يقل عن 3630 ريالاً من بيع التذاكر.

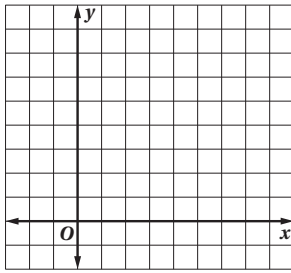
(a) اكتب نظاماً من أربع متباينات يصف عدد التذاكر الذي يجب بيعه من كل نوع للحصول على المبلغ المطلوب، ثم مثله بيانياً.

(b) اكتب ثلاثة حلول مختلفة لهذا النظام.

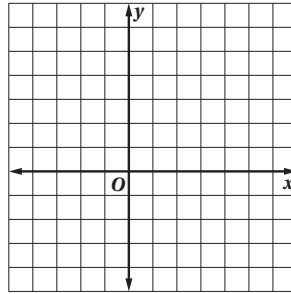
## البرمجة الخطية والحل الأمثل

مثّل كل نظام متباينات ممّا يأتي بيانياً، ثم حدد إحداثيات رؤوس منطقة الحل، وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة:

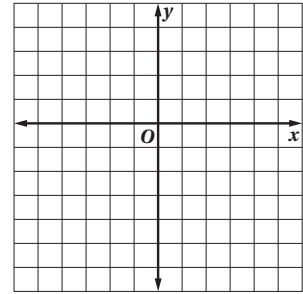
$$\begin{aligned} x &\geq 0 \quad (3) \\ y &\geq 0 \\ y &\leq 6 \\ y &\leq -3x + 15 \\ f(x, y) &= 3x + y \end{aligned}$$



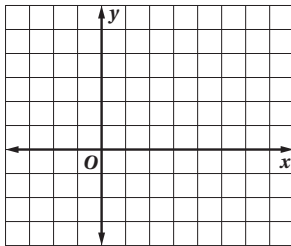
$$\begin{aligned} 3x - y &\leq 7 \quad (2) \\ 2x - y &\geq 3 \\ y &\geq x - 3 \\ f(x, y) &= x - 4y \end{aligned}$$



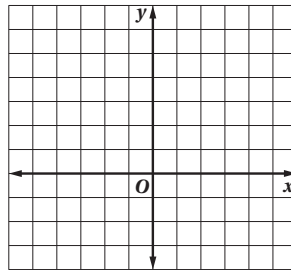
$$\begin{aligned} 2x - 4 &\leq y \quad (1) \\ -2x - 4 &\leq y \\ y &\leq 2 \\ f(x, y) &= -2x + y \end{aligned}$$



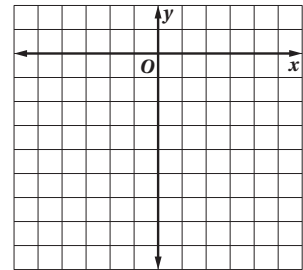
$$\begin{aligned} 2x + 3y &\geq 6 \quad (6) \\ 2x - y &\leq 2 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ f(x, y) &= x + 4y + 3 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} y &\leq 3x + 6 \quad (5) \\ 4y + 3x &\leq 3 \\ x &\geq -2 \\ f(x, y) &= -x + 3y \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} x &\leq 0 \quad (4) \\ y &\leq 0 \\ 4x + y &\geq -7 \\ f(x, y) &= -x - 4y \end{aligned}$$



(7) **زخرفة:** تستطيع نجلاء زخرفة نوعين من الزهريات الخزفية، حيث يمكنها زخرفة 8 زهريات من النوع الأول أو زهرتين من النوع الثاني في الساعة الواحدة. وقد طُلب إليها زخرفة 40 زهرية على الأقل في زمن لا يزيد على 8 ساعات.

(a) اكتب نظام متباينات يمثل هذا الموقف.

(b) إذا كانت أجرة نجلاء هي 30 ريالاً عن ساعة العمل في زخرفة النوع الأول، و35 ريالاً عن ساعة العمل في زخرفة النوع الثاني، فاكتب دالة تبين الأجرة الكلية التي تحصل عليها مقابل زخرفة الزهريات جميعها.

(c) أوجد عدد ساعات العمل في كل نوع لتحصل نجلاء على أكبر أجر ممكن، ثم أوجد مقدار هذا الأجر.

## الفصل الثاني: المصفوفات

2-1

### مقدمة في المصفوفات

حدّد رتبة كل مصفوفة ممّا يأتي:

$$\begin{bmatrix} -2 & 2 & -2 & 3 \\ 5 & 16 & 0 & 0 \\ 4 & 7 & -1 & 4 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 8 & -1 \\ -2 & -3 & 8 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[-3 \ -3 \ 7] \quad (1)$$

إذا كانت  $\underline{A} = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 0 \\ 9 & 8 & -4 \\ 3 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$ ،  $\underline{B} = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -1 & 0 \\ 9 & 5 & 7 & 2 \end{bmatrix}$ ، فحدّد كل عنصر ممّا يأتي:

$$b_{11} \quad (6)$$

$$a_{42} \quad (5)$$

$$b_{23} \quad (4)$$

$$a_{23} \quad (9)$$

$$b_{14} \quad (8)$$

$$a_{32} \quad (7)$$

مصدر الطاقة

	غاز	كهرباء	أخرى
مدينة أ	90966	5545	178
مدينة ب	241909	3754	0

(10) إحصاءات: يبين الجدول المجاور مصدر الطاقة المستعمل في الطهو للأسر في المدينتين أ، ب. نظّم البيانات في مصفوفة من النوع  $2 \times 3$

نتائج مباريات كرة القدم

	البطولة الأولى	البطولة الثانية	البطولة الثالثة
فوز	2	4	3
تعادل	3	1	0
خسارة	7	6	6

(11) كرة قدم: يبين الجدول المجاور عدد مرات الفوز والخسارة والتعادل لفريق كرة قدم في 3 بطولات مختلفة.

(a) نظّم نتائج مباريات الفريق في مصفوفة.

(b) ما رتبة المصفوفة؟

أوجد الناتج في كلِّ ممَّا يأتي إذا كان ذلك ممكناً:

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -71 \\ 18 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -67 \\ 45 \\ -24 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 7 \\ 14 & -9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 9 \\ 7 & -11 \\ -8 & 17 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$7 \begin{bmatrix} 2 & -1 & 8 \\ 4 & 7 & 9 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} -1 & 4 & -3 \\ 7 & 2 & -6 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$-3 \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 17 & -11 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} -3 \\ -21 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \begin{bmatrix} 8 & 12 \\ -16 & 20 \end{bmatrix} + \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 27 & -9 \\ 54 & -18 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$-2 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 \\ 18 \end{bmatrix} \quad (5)$$

إذا كانت  $\underline{A} = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -3 & 6 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $\underline{B} = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 9 \end{bmatrix}$ ,  $\underline{C} = \begin{bmatrix} 10 & -8 & 6 \\ -6 & -4 & 20 \end{bmatrix}$  فأوجد ناتج كلِّ ممَّا يأتي:

$$\underline{A} - \underline{C} \quad (8)$$

$$\underline{A} - \underline{B} \quad (7)$$

$$4\underline{B} - \underline{A} \quad (10)$$

$$-3\underline{B} \quad (9)$$

$$\underline{A} + 0.5\underline{C} \quad (12)$$

$$-2\underline{B} - 3\underline{C} \quad (11)$$

العام	المدينة أ		المدينة ب	
	عدد المجسمات	إجمالي التكلفة (ريال)	عدد المجسمات	إجمالي التكلفة (ريال)
1427	27	567000	36	864000
1428	41	902000	32	672000
1429	35	777000	28	562000

(13) مجسمات جمالية: يبين الجدول المجاور عدد المجسمات الجمالية التي أقيمت في المدينتين أ، ب في 3 أعوام متتالية، وإجمالي التكلفة في كل من المدينتين.

(a) اكتب مصفوفتين تمثلان عدد المجسمات وإجمالي التكلفة في كلِّ من المدينتين.

(b) أوجد مجموع المجسمات في كلتا المدينتين في كل من الأعوام الثلاثة، وأوجد إجمالي التكلفة في كل عام، وعبر عن ذلك بمصفوفة.

نوع العلف	ألياف %	دهون %	بروتين %
A	5	12	22
B	8	8	24

(14) تغذية: مستعملاً الجدول المجاور الذي يبين نسب بعض المواد الغذائية في نوعين من أعلاف الماشية، أوجد الفروق بين نسب المواد الغذائية الثلاثة في نوعي الأعلاف، واكتبه على شكل مصفوفة.

## ضرب المصفوفات

حدد ما إذا كانت عملية الضرب معرّفة في كلِّ ممّا يأتي أم لا، وإن كانت كذلك، فحدد رتبة المصفوفة الناتجة:

$$\underline{M}_{2 \times 1} \cdot \underline{A}_{1 \times 6} \quad (3)$$

$$\underline{A}_{3 \times 5} \cdot \underline{M}_{5 \times 8} \quad (2)$$

$$\underline{A}_{7 \times 4} \cdot \underline{B}_{4 \times 3} \quad (1)$$

$$\underline{P}_{9 \times 1} \cdot \underline{Q}_{1 \times 9} \quad (6)$$

$$\underline{P}_{1 \times 9} \cdot \underline{Q}_{9 \times 1} \quad (5)$$

$$\underline{M}_{3 \times 2} \cdot \underline{A}_{3 \times 2} \quad (4)$$

أوجد الناتج في كلِّ ممّا يأتي إذا كان ذلك ممكناً:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 7 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 0 & -5 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 0 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 0 & -5 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 7 & -1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot [4 \ 0 \ 2] \quad (12)$$

$$[4 \ 0 \ 2] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$[-15 \ -9] \cdot \begin{bmatrix} 6 & 11 \\ 23 & -10 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} -6 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \quad (13)$$

إذا كانت  $k = 3$ ،  $\underline{C} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ،  $\underline{B} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ ،  $\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  فحدد ما إذا كانت المعادلات الآتية

صحيحة للمصفوفات المعطاة أم لا:

$$\underline{A}(\underline{B} + \underline{C}) = \underline{B}\underline{A} + \underline{C}\underline{A} \quad (16)$$

$$\underline{A}\underline{C} = \underline{C}\underline{A} \quad (15)$$

$$(\underline{A} + \underline{C})\underline{B} = \underline{B}(\underline{A} + \underline{C}) \quad (18)$$

$$\underline{A}(k\underline{B}) = k(\underline{A}\underline{B}) \quad (17)$$

	غرفة بـ 3 سريرين	غرفة بثلاثة أسرة	غرفة بأربعة أسرة
المجموع 1	36	24	22
المجموع 2	29	32	42
المجموع 3	18	22	18

(19) أجنحة فندقية: لدى مؤسسة للأجنحة الفندقية

3 مجمعات سكنية، ويبين الجدول المجاور تقسيمات

غرف تلك المجمعات وفقاً لعدد الأسرّة فيها، وكانت

الأجرة الأسبوعية لغرف المجمعات الثلاثة على

النحو الآتي: غرفة بـ 3 سريرين 600 ريال، غرفة بثلاثة

أسرّة 800 ريال، غرفة بأربعة أسرّة 1000 ريال.

(a) اكتب مصفوفة تبين عدد غرف كل نوع في كل مجمع،

ومصفوفة أخرى تبين الأجرة الأسبوعية لكل نوع من الغرف.

(b) إذا تم تأجير جميع غرف المجمعات الثلاثة مدة أسبوع بحسب السعر أعلاه،

فعبّر عن دخل كل مجمع في مصفوفة.

(c) ما مجموع الدخل الأسبوعي للمجمعات الثلاثة في ذلك الموسم؟

أوجد قيمة كل محدّدة ممّا يأتي:

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -2 & -5 \end{vmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{vmatrix} 9 & 6 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 5 & -11 \end{vmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -12 & 4 \end{vmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{vmatrix} -14 & -3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{vmatrix} 0.5 & -0.7 \\ 0.4 & -0.3 \end{vmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -9.5 \end{vmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 3.75 & 5 \end{vmatrix} \quad (7)$$

أوجد قيمة كل محدّدة ممّا يأتي:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 3 & 0 & 9 \\ -1 & 5 & 7 \end{vmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & -3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{vmatrix} -12 & 0 & 3 \\ 7 & 5 & -1 \\ 4 & 2 & -6 \end{vmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & -6 \\ 8 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{vmatrix} 0 & -4 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 5 \end{vmatrix} \quad (13)$$

استعمل قاعدة كرامر لحل كل نظام من معادلتين ممّا يأتي:

$$\begin{aligned} -2x - 3y &= -14 \quad (18) \\ 4x - y &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x + 4y &= 10 \quad (17) \\ -3x - 2y &= -8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x - 2y &= -6 \quad (16) \\ 3x + y &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} + \frac{y}{4} &= 2 \quad (21) \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{6} &= -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x - 6 &= 3y \quad (20) \\ 5y &= 54 + 3x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6x + 6y &= 9 \quad (19) \\ 4x - 4y &= -42 \end{aligned}$$

(22) هندسة: أوجد مساحة المثلث الذي إحداثيات رؤوسه (3, 5)، (6, -5)، (-4, 10).

(23) عالم البحار: يستعمل عالم مخلوقات بحرية جهاز رصد وتحليل البيانات الجغرافية (GIS) لتحديد الإقليم البحري الذي يعيش فيه نوع من الأسماك النادرة، فأظهرت بيانات الجهاز أن إحداثيات رؤوس ذلك الإقليم على مستوى إحداثي تمثل وحدة الطول فيه كيلومترًا هي: (-8, 10)، (6, 17)، (2, -4). فكم مساحة ذلك الإقليم؟



## النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

حدد ما إذا كان كل زوج من المصفوفات الآتية يمثل مصفوفة ونظيرها الضربي أم لا:

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}, \underline{Y} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \quad (2) \quad \underline{M} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \underline{N} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}, \underline{Q} = \begin{bmatrix} \frac{3}{14} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{bmatrix} \quad (4) \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{1}{10} \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{10} \end{bmatrix} \quad (3)$$

أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة مما يأتي، إن وجد:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

استعمل معادلة مصفوفية لحل كل نظام مما يأتي:

$$-x - 3y = 2 \quad (12)$$

$$p + 3q = 6 \quad (11)$$

$$-4x - 5y = 1$$

$$2p - 3q = -6$$

$$-3a + b = -9 \quad (14)$$

$$2m + 2n = -8 \quad (13)$$

$$5a - 2b = 14$$

$$6m + 4n = -18$$

(15) حدد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أم خاطئة:  
"لكل مصفوفة مربعة نظير ضربي".

## الفصل الثالث: كثيرات الحدود ودوالها

### الأعداد المركبة

3-1

بسّط كلًّا ممَّا يأتي:

$$\sqrt{-15} \cdot \sqrt{-25} \quad (3)$$

$$\sqrt{-8} \cdot \sqrt{-32} \quad (2)$$

$$\sqrt{-36} \quad (1)$$

$$i^{42} \quad (6)$$

$$(7i)^2(6i) \quad (5)$$

$$(-3i)(4i)(-5i) \quad (4)$$

$$i^{89} \quad (8)$$

$$i^{55} \quad (7)$$

أوجد ناتج كلِّ ممَّا يأتي:

$$(-12 + 48i) + (15 + 21i) \quad (11)$$

$$(7 - 6i) + (9 + 11i) \quad (10)$$

$$(5 - 2i) + (-13 - 8i) \quad (9)$$

$$(6 - 4i)(6 + 4i) \quad (14)$$

$$(28 - 4i) - (10 - 30i) \quad (13)$$

$$(10 + 15i) - (48 - 30i) \quad (12)$$

$$(7 + 2i)(9 - 6i) \quad (17)$$

$$(4 + 3i)(2 - 5i) \quad (16)$$

$$(8 - 11i)(8 - 11i) \quad (15)$$

$$\frac{3-i}{2-i} \quad (20)$$

$$\frac{2}{7-8i} \quad (19)$$

$$\frac{6+5i}{-2i} \quad (18)$$

حلّ كل معادلة ممَّا يأتي:

$$2m^2 + 10 = 0 \quad (22)$$

$$5n^2 + 35 = 0 \quad (21)$$

$$-2m^2 - 6 = 0 \quad (24)$$

$$4m^2 + 76 = 0 \quad (23)$$

$$\frac{3}{4}x^2 + 12 = 0 \quad (26)$$

$$-5m^2 - 65 = 0 \quad (25)$$

أوجد قيمتي  $l$  و  $m$  الحقيقيتين اللتين تجعلان كل معادلة ممَّا يأتي صحيحة:

$$(6 - l) + (3m)i = -12 + 27i \quad (28)$$

$$15 - 28i = 3l + (4m)i \quad (27)$$

$$(7 + m) + (4l - 10)i = 3 - 6i \quad (30)$$

$$(3l + 4) + (3 - m)i = 16 - 3i \quad (29)$$

(31) كهرباء: تبلغ المعاوقة في أحد طرفي دائرة كهربائية موصولة على التوالي  $1 + 3i$  أوم، وفي الطرف الآخر  $7 - 5i$  أوم. اجمع هذين العددين المركبين لتحصل على المعاوقة الكلية في تلك الدائرة الكهربائية.

(32) كهرباء: استعمل القانون  $V = C \cdot I$ ، لإيجاد فرق الجهد  $V$  في دائرة كهربائية فيها شدة التيار  $C$  تساوي  $3 - i$  أمبير، والمعاوقة  $I$  تساوي  $3 + 2i$  أوم.

حل كل معادلة مما يأتي باستعمال القانون العام:

$$4x^2 - 9 = 0 \quad (2)$$

$$7x^2 - 5x = 0 \quad (1)$$

$$x^2 - 21 = 4x \quad (4)$$

$$3x^2 + 8x = 3 \quad (3)$$

$$15x^2 + 22x = -8 \quad (6)$$

$$3x^2 - 13x + 4 = 0 \quad (5)$$

$$x^2 - 14x + 53 = 0 \quad (8)$$

$$x^2 - 6x + 3 = 0 \quad (7)$$

$$25x^2 - 20x - 6 = 0 \quad (10)$$

$$3x^2 = -54 \quad (9)$$

$$8x - 1 = 4x^2 \quad (12)$$

$$4x^2 - 4x + 17 = 0 \quad (11)$$

$$4x^2 - 12x + 7 = 0 \quad (14)$$

$$x^2 = 4x - 15 \quad (13)$$

أجب عن الفروع  $a-c$  لكل معادلة تربيعية في الأسئلة (15-29):

(a) أوجد قيمة المميز.

(b) أوجد عدد الجذور المختلفة، وحدد أنواعها.

$$9x^2 - 24x + 16 = 0 \quad (17)$$

$$x^2 = 3x \quad (16)$$

$$x^2 - 16x + 64 = 0 \quad (15)$$

$$2x^2 + 7x = 0 \quad (20)$$

$$3x^2 + 9x - 2 = 0 \quad (19)$$

$$x^2 - 3x = 40 \quad (18)$$

$$7x^2 + 6x + 2 = 0 \quad (23)$$

$$12x^2 - x - 6 = 0 \quad (22)$$

$$5x^2 - 2x + 4 = 0 \quad (21)$$

$$x^2 + 3x + 6 = 0 \quad (26)$$

$$6x^2 - 2x - 1 = 0 \quad (25)$$

$$12x^2 + 2x - 4 = 0 \quad (24)$$

$$2x^2 - 5x - 6 = 0 \quad (29)$$

$$16x^2 - 8x + 1 = 0 \quad (28)$$

$$4x^2 - 3x^2 - 6 = 0 \quad (27)$$

(30) فيزياء: إذا كانت المعادلة  $h(t) = -16t^2 + 60t$  تعبر عن الارتفاع  $h(t)$  بالأقدام لجسيم بعد  $t$  ثانية من قذفه رأسياً إلى الأعلى من سطح الأرض بسرعة ابتدائية مقدارها  $60 \text{ m/s}$ ، فما قيمتا  $t$  اللتان يكون عندهما الجسيم على ارتفاع  $56 \text{ m}$ ؟

## العمليات على كثيرات الحدود

حدّد ما إذا كانت كل عبارة ممّا يأتي كثيرة حدود أم لا، وإن كانت كذلك فاذكر درجتها:

$$\sqrt[3]{x} - x^2 \quad (2) \qquad \frac{1}{3}x^5y^3 + 2x \quad (1)$$

بسّط كلّ ممّا يأتي مفترضاً أن أيّاً من المتغيرات لا يساوي صفراً:

$$y^7 \cdot y^3 \cdot y^2 \quad (4) \qquad n^5 \cdot n^2 \quad (3)$$

$$x^{-4} \cdot x^{-4} \cdot x^4 \quad (6) \qquad t^9 \cdot t^{-8} \quad (5)$$

$$(-2b^{-2}c^3)^3 \quad (8) \qquad (2f^4)^6 \quad (7)$$

$$8u(2z)^3 \quad (10) \qquad (4d^2t^5v^{-4})(-5dt^{-3}v^{-1}) \quad (9)$$

$$\frac{-6n^5x^3}{18nx^7} \quad (12) \qquad \frac{12m^8y^6}{-9my^4} \quad (11)$$

$$\left(\frac{2}{3r^2t^3z^6}\right)^2 \quad (14) \qquad \frac{-27x^3(-x^7)}{16x^4} \quad (13)$$

$$(m^4n^6)^4(m^3n^2p^5)^6 \quad (16) \qquad -(4w^{-3}z^{-5})(8w)^2 \quad (15)$$

$$\frac{(3x^{-2}y^3)(5xy^{-8})}{(x^{-3})^4y^{-2}} \quad (18) \qquad \left(\frac{2x^3y^2}{-x^2y^5}\right)^{-2} \quad (17)$$

$$(3n^2 + 1) + (8n^2 - 8) \quad (20) \qquad \frac{-20(m^2v)(-v)^3}{5(-v)^2(-m^4)} \quad (19)$$

$$(w + 2t)(w^2 - 2wt + 4t^2) \quad (22) \qquad (6w - 11w^2) - (4 + 7w^2) \quad (21)$$

**(23) استثمار:** استثمر سلطان 15000 ريال في مشروعين، في السنة الأولى زاد المبلغ المستثمر في المشروع الأول بنسبة 3.8%، وزاد المبلغ المستثمر في المشروع الثاني بنسبة 6%. اكتب كثيرة حدود تمثل المبلغ المتجمع في نهاية السنة الأولى من كلا المشروعين، مفترضاً أن  $x$  هو المبلغ المستثمر في المشروع الأول.

**(24) هندسة:** تُعطى مساحة قاعدة صندوق على شكل متوازي مستطيلات بالعلاقة  $2x^2 + 4x - 3$  وحدة مربعة. فإذا كان ارتفاع الصندوق يساوي  $x$  وحدة، فاكتب كثيرة حدود تمثل حجم الصندوق.

بسّط كل عبارة ممّا يأتي:

$$\frac{6k^2m - 12k^3m^2 + 9m^3}{2km^2} \quad (2)$$

$$\frac{15r^{10} - 5r^8 + 40r^2}{5r^4} \quad (1)$$

استعمل القسمة الطويلة (خوارزمية القسمة) أو القسمة التركيبية؛ لإيجاد الناتج في كل ممّا يأتي:

$$(-6w^3z^4 - 3w^2z^5 + 4w + 5z) \div (2w^2z) \quad (4) \quad (-30x^3y + 12x^2y^2 - 18x^2y) \div (-6x^2y) \quad (3)$$

$$(28d^3k^2 + d^2k^2 - 4dk^2)(4dk^2)^{-1} \quad (6) \quad (4a^3 - 8a^2 + a^2)(4a)^{-1} \quad (5)$$

$$\frac{2x^2 + 3x - 14}{x - 2} \quad (8)$$

$$\frac{f^2 + 7f + 10}{f + 2} \quad (7)$$

$$(b^3 + 27) \div (b + 3) \quad (10)$$

$$(a^3 - 64) \div (a - 4) \quad (9)$$

$$\frac{2x^3 + 4x - 6}{x + 3} \quad (12)$$

$$\frac{2x^3 + 6x + 152}{x + 4} \quad (11)$$

$$(6y^4 + 15y^3 - 28y - 6) \div (y + 2) \quad (14) \quad (3w^3 + 7w^2 - 4w + 3) \div (w + 3) \quad (13)$$

$$(3m^5 + m - 1) \div (m + 1) \quad (16) \quad (x^4 - 3x^3 - 11x^2 + 3x + 10) \div (x - 5) \quad (15)$$

$$(6y^2 - 5y - 15)(2y + 3)^{-1} \quad (18) \quad (x^4 - 3x^3 + 5x - 6)(x + 2)^{-1} \quad (17)$$

$$\frac{2h^4 - h^3 + h^2 + h - 3}{h^2 - 1} \quad (20)$$

$$\frac{4x^2 - 2x + 6}{2x - 3} \quad (19)$$

استعمل القسمة التركيبية؛ لإيجاد الناتج في كل ممّا يأتي:

$$(6t^3 + 5t^2 - 2t + 1) \div (3t + 1) \quad (22) \quad (2r^3 + 5r^2 - 2r - 15) \div (2r - 3) \quad (21)$$

$$\frac{6x^2 - x - 7}{3x + 1} \quad (24)$$

$$\frac{4p^4 - 17p^2 + 14p - 3}{2p - 3} \quad (23)$$

(25) هندسة: تُعطي مساحة مستطيل بالعبارة  $2x^2 - 11x + 15$  قدمًا مربعًا. فإذا كان عرض المستطيل يساوي  $(2x - 5)$  ft، فأوجد طوله.

(26) هندسة: تُعطي مساحة مثلث بالعبارة  $15x^4 + 3x^3 + 4x^2 - x - 3$  مترًا مربعًا. فإذا كان طول قاعدته يساوي  $m(6x^2 - 2)$ ، فأوجد ارتفاعه.

حدّد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود بمتغير واحد ممّا يأتي، وإذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد، فاذكر السبب:

$$\frac{1}{5}a^3 - \frac{3}{5}a^2 + \frac{4}{5}a \quad (2) \quad (3x^2 + 1)(2x^2 - 9) \quad (1)$$

$$x^2 - x^3 \quad (4) \quad \frac{2}{m^2} + 3m - 12 \quad (3)$$

أوجد  $p(-2)$  و  $p(3)$  لكل دالة ممّا يأتي:

$$p(x) = -x^5 + 4x^3 \quad (7) \quad p(x) = -7x^2 + 5x + 9 \quad (6) \quad p(x) = x^3 - x^5 \quad (5)$$

$$p(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{3}x^2 + 3x \quad (10) \quad p(x) = x^4 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x \quad (9) \quad p(x) = 3x^3 - x^2 + 2x - 5 \quad (8)$$

إذا كان  $p(x) = 3x^2 - 4$  و  $r(x) = 2x^2 - 5x + 1$ ، فأوجد كلّ ممّا يأتي:

$$-5r(2a) \quad (13) \quad r(a^2) \quad (12) \quad p(8a) \quad (11)$$

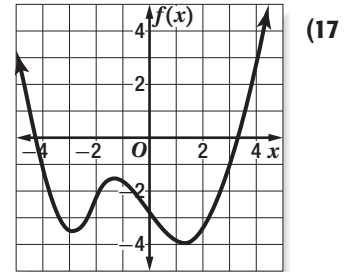
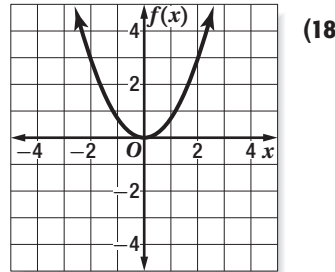
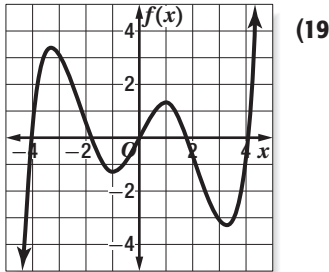
$$5p(x + 2) \quad (16) \quad p(x^2 - 1) \quad (15) \quad r(x + 2) \quad (14)$$

أجب عن الفروع  $a-c$  لكل تمثيل بياني ممّا يأتي:

(a) صف سلوك طرفي التمثيل البياني.

(b) حدد ما إذا كانت درجة الدالة زوجية أم فردية.

(c) اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.



(20) **برودة الريح:** تقدر برودة الريح عند درجة الحرارة الجوية  $0^\circ\text{F}$  بالدالة  $C(w) = 0.013w^2 - w - 7$ ، وذلك عندما تكون سرعة الريح  $w$  ما بين  $5 \text{ mi/h}$  إلى  $30 \text{ mi/h}$ . قدّر برودة ريح سرعتها  $20 \text{ mi/h}$  عند درجة الحرارة الجوية  $0^\circ\text{F}$ .

## حل معادلات كثيرات الحدود

حلّل كلّ كثيرة حدود ممّا يأتي تحليلًا تامًّا، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا فاكتب كثيرة حدود أولية:

$$3x^3y^2 - 2x^2y + 5xy \quad (3)$$

$$3st^2 - 9s^3t + 6s^2t^2 \quad (2)$$

$$15a^2b - 10ab^2 \quad (1)$$

$$x^2 - xy + 2x - 2y \quad (6)$$

$$21 - 7t + 3r - rt \quad (5)$$

$$2x^3y - x^2y + 5xy^2 + xy^3 \quad (4)$$

$$6n^2 - 11n - 2 \quad (9)$$

$$4ab + 2a + 6b + 3 \quad (8)$$

$$y^2 + 20y + 96 \quad (7)$$

$$6p^2 - 17p - 45 \quad (12)$$

$$4x^2 - 8x + 8 \quad (11)$$

$$6x^2 + 7x - 3 \quad (10)$$

اكتب كلّ عبارة ممّا يأتي على الصورة التربيعية إن كان ذلك ممكنًا:

$$28d^6 + 25d^3 \quad (15)$$

$$-5x^8 + x^2 + 6 \quad (14)$$

$$10b^4 + 3b^2 - 11 \quad (13)$$

$$8b^5 - 8b^3 - 1 \quad (18)$$

$$500x^4 - x^2 \quad (17)$$

$$4s^8 + 4s^4 + 7 \quad (16)$$

حل كلّ معادلة ممّا يأتي:

$$s^5 + 4s^4 - 32s^3 = 0 \quad (20)$$

$$y^4 - 7y^3 - 18y^2 = 0 \quad (19)$$

$$n^4 - 49n^2 = 0 \quad (22)$$

$$m^4 - 625 = 0 \quad (21)$$

$$t^4 - 21t^2 + 80 = 0 \quad (24)$$

$$x^4 - 50x^2 + 49 = 0 \quad (23)$$

(25) **فيزياء:** يعطى مسار بروتون في مجال مغناطيسي على مستوى إحداثي بالدالة  $f(x) = x^4 - 2x^2 - 15$ . فما قيم  $x$  التي يقطع عندها مسار البروتون المحور  $x$ ؟

(26) **محميات:** وقع الاختيار على قطعة أرض لتكون محمية طبيعية، وعُهد إلى مسّاح بإعداد مخطط لها، فوجد أن قطعة الأرض على شكل مثلث قائم الزاوية، يقل طول ضلع قائمته الأكبر 5 mi عن مربع طول ضلعها الأصغر. ويقل طول وتره عن مثلي مربع طول ضلع قائمته الأصغر 13 mi، وجميع أطوال أضلاع المثلث هي أعداد صحيحة (بالأميال). فما طول كل حد من حدود قطعة الأرض؟

## نظريتا الباقي والعوامل

أوجد  $f(-3)$  و  $f(4)$  لكل دالة ممّا يأتي مستعملًا التعويض التركيبي:

$$f(x) = x^2 - 5x + 10 \quad (2) \quad f(x) = x^2 + 2x + 3 \quad (1)$$

$$f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 3 \quad (4) \quad f(x) = x^2 - 5x - 4 \quad (3)$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 2x \quad (6) \quad f(x) = x^3 + 2x^2 + 5 \quad (5)$$

$$f(x) = x^3 - x^2 + 4x - 4 \quad (8) \quad f(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 8 \quad (7)$$

$$f(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 12 \quad (10) \quad f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x - 50 \quad (9)$$

$$f(x) = 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1 \quad (12) \quad f(x) = x^4 - 2x^2 - x + 7 \quad (11)$$

$$f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 5x - 3 \quad (14) \quad f(x) = 2x^4 - x^3 + 2x^2 - 26 \quad (13)$$

$$f(x) = x^6 + 2x^5 - x^4 + x^3 - 9x^2 + 20 \quad (16) \quad f(x) = x^5 + 7x^3 - 4x - 10 \quad (15)$$

في كل ممّا يأتي كثيرة حدود ودالة من الدرجة الأولى، حدّد ما إذا كانت الدالة عاملاً من عوامل كثيرة الحدود أم لا، ثم أوجد عواملها الأخرى:

$$x^3 - x; x \quad (18) \quad x^3 + 3x^2 - 6x - 8; x - 2 \quad (17)$$

$$x^3 - x^2 - 8x + 12; x + 3 \quad (20) \quad x^3 - 9x^2 + 27x - 27; x - 3 \quad (19)$$

$$x^3 - x^2 - 14x + 24; x + 4 \quad (22) \quad x^3 + x^2 - 2x, x - 1 \quad (21)$$

$$4x^3 - 12x^2 - x + 3; x - 3 \quad (24) \quad 3x^3 - 4x^2 - 17x + 6; x + 2 \quad (23)$$

$$x^4 - 16; x - 2 \quad (26) \quad 18x^3 + 9x^2 - 2x - 1; 2x + 1 \quad (25)$$

$$x^5 - 2x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 5x + 10; x - 2 \quad (28) \quad x^5 + x^4 - 5x^3 - 5x^2 + 4x + 4; x + 1 \quad (27)$$

(29) سكان: يمكن تقدير عدد سكان مدينة بالآلاف لعدة سنوات قادمة باستعمال الدالة  $P(x) = x^3 + 2x^2 - 8x + 520$ ، حيث  $x$  عدد السنوات منذ عام 1425هـ. احسب عدد سكان تلك المدينة عام 1435هـ.

(30) حجم: يمكن تمثيل حجم الماء في بركة سباحة على شكل متوازي مستطيلات بكثيرة الحدود  $2x^3 - 9x^2 + 7x + 6$ . فإذا كان عمق البركة  $2x + 1$ ، فأوجد كثيرتي الحدود اللتين تمثلان طول البركة، وعرضها.



حلّ كل معادلة ممّا يأتي، واذكر عدد جذورها، ونوعها:

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \quad (2)$$

$$-9x - 15 = 0 \quad (1)$$

$$x^3 + x^2 - 3x - 3 = 0 \quad (4)$$

$$x^5 - 81x = 0 \quad (3)$$

اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية لكل دالة ممّا يأتي:

$$p(x) = 2x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 1 \quad (6)$$

$$f(x) = 4x^3 - 2x^2 + x + 3 \quad (5)$$

$$h(x) = 7x^4 + 3x^3 - 2x^2 - x + 1 \quad (8)$$

$$q(x) = 3x^4 + x^3 - 3x^2 + 7x + 5 \quad (7)$$

اكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن، ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، إذا كانت الأعداد المعطاة في كل ممّا يأتي من أصفارها:

$$-2, 3 + i \quad (10)$$

$$-5, 3i \quad (9)$$

$$2, 5, 1 + i \quad (12)$$

$$-1, 4, 3i \quad (11)$$

**(13) تصميم:** صمّم مختص قالبًا حيّزه الداخلي مكعب الشكل أبعاده 10 in, 8 in, 6 in، ويريد أن يقلل من حجم الحيّز الداخلي ليصبح  $105 \text{ in}^2$ ، وذلك بإنقاص كل بعد من أبعاده بالمقدار نفسه، اكتب معادلة كثيرة حدود، ثم حلّها لتجد مقدار ما يجب عليه أن يُنقص من كل بعد.

## الفصل الرابع: العلاقات والدوال العكسية والجذرية

4-1

### العمليات على الدوال

أوجد  $(f+g)(x)$ ,  $(f-g)(x)$ ,  $(f \cdot g)(x)$ ,  $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$  للدالتين  $f(x)$ ,  $g(x)$  في كلِّ ممَّا يأتي:

$$f(x) = x^2 + 7x + 12 \quad (3)$$

$$f(x) = 8x^2 \quad (2)$$

$$f(x) = 2x + 1 \quad (1)$$

$$g(x) = x^2 - 9$$

$$g(x) = \frac{1}{x^2}$$

$$g(x) = x - 3$$

أوجد  $f \circ g$ ,  $g \circ f$  لكلِّ زوج من الدوال الآتية، إذا كان ذلك ممكناً:

$$f = \{(-4, 3), (0, -2), (1, -2)\} \quad (5)$$

$$f = \{(-9, -1), (-1, 0), (3, 4)\} \quad (4)$$

$$g = \{(-2, 0), (3, 1)\}$$

$$g = \{(0, -9), (-1, 3), (4, -1)\}$$

$$f = \{(0, -3), (1, -3), (6, 8)\} \quad (7)$$

$$f = \{(-4, -5), (0, 3), (1, 6)\} \quad (6)$$

$$g = \{(8, 2), (-3, 0)\}$$

$$g = \{(6, 1), (-5, 0), (3, -4)\}$$

أوجد  $[g \circ h](x)$ ,  $[h \circ g](x)$  في كلِّ ممَّا يأتي، إذا كان ذلك ممكناً:

$$g(x) = x + 6 \quad (10)$$

$$g(x) = -8x \quad (9)$$

$$g(x) = 3x \quad (8)$$

$$h(x) = 3x^2$$

$$h(x) = 2x + 3$$

$$h(x) = x - 4$$

$$g(x) = x - 2 \quad (13)$$

$$g(x) = -2x \quad (12)$$

$$g(x) = x + 3 \quad (11)$$

$$h(x) = 3x^2 + 1$$

$$h(x) = x^2 + 3x + 2$$

$$h(x) = 2x^2$$

إذا كان  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = 5x$ ,  $h(x) = x + 4$  فأوجد قيمة كلِّ ممَّا يأتي:

$$h[f(4)] \quad (16)$$

$$g[h(-2)] \quad (15)$$

$$f[g(1)] \quad (14)$$

$$g[f(8)] \quad (19)$$

$$h[g(-3)] \quad (18)$$

$$f[h(-9)] \quad (17)$$

(20) قياس: تستعمل الصيغة  $f = \frac{n}{12}$  لتحويل البوصات  $n$  إلى أقدام  $f$ ، والصيغة  $m = \frac{f}{5280}$  لتحويل الأقدام  $f$  إلى أميال  $m$ . اكتب تركيب دالتين لتحويل البوصات إلى أميال.

أوجد العلاقة العكسية لكلٍّ من العلاقات الآتية:

$$\{(0, 3), (4, 2), (5, -6)\} \quad \text{(1)} \quad \{(-5, 1), (-5, -1), (-5, 8)\} \quad \text{(2)}$$

$$\{(-3, -7), (0, -1), (5, 9), (7, 13)\} \quad \text{(3)} \quad \{(8, -2), (10, 5), (12, 6), (14, 7)\} \quad \text{(4)}$$

$$\{(-5, -4), (1, 2), (3, 4), (7, 8)\} \quad \text{(5)} \quad \{(-3, 9), (-2, 4), (0, 0), (1, 1)\} \quad \text{(6)}$$

أوجد معكوس كل من الدوال الآتية، ثم مثل الدالة ومعكوسها بيانيًا على مستوى إحداثي واحد:

$$f(x) = \frac{3}{4}x \quad \text{(7)} \quad g(x) = 3 + x \quad \text{(8)} \quad h(x) = x^2 - 1 \quad \text{(9)}$$

في كلٍّ زوج مما يأتي حدد هل كل دالة تمثل دالة عكسية للأخرى، أم لا؟ ووضِّح إجابتك.

$$f(x) = x + 6 \quad \text{(10)} \quad f(x) = -4x + 1 \quad \text{(11)} \quad g(x) = 13x - 13 \quad \text{(12)}$$

$$g(x) = x - 6 \quad g(x) = \frac{1}{4}(1 - x) \quad h(x) = \frac{1}{13}x - 1$$

$$f(x) = 2x \quad \text{(13)} \quad f(x) = x^3 + 2 \quad \text{(14)} \quad g(x) = 2x^2 - 8 \quad \text{(15)}$$

$$g(x) = -2x \quad g(x) = \sqrt[3]{x - 2} \quad h(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4$$

**(16) قياس:** تمثل النقاط  $(63, 121), (71, 180), (67, 140), (65, 108), (72, 165)$  الوزن بالرطل كدالة بدلالة الطول بالبوصة لخمسة طلاب. أوجد خمس نقاط لهؤلاء الطلاب تمثل طولهم كدالة بدلالة وزنهم.

**(17) تجديد البناء:** يستبدل خالد أرضية مطبخ بيته الذي بُعده  $15 \text{ ft}$ ,  $18 \text{ ft}$ . فإذا تكلفت الiardة المربعة من الأرضية الجديدة  $17.99$  ريالاً، وكانت الصيغة  $f(x) = 9x$  تُستعمل لتحويل الiardات المربعة إلى أقدام مربعة.

**(a)** أوجد  $f^{-1}(x)$ ، وما أهمية  $f^{-1}(x)$  لخالد؟

**(b)** ما تكلفة الأرضية الجديدة؟

## دوال ومتباينات الجذر التربيعي

عين المجال والمدى لكل من الدالتين الآتيتين:

$$f(x) = \sqrt{x-1} \quad (1)$$

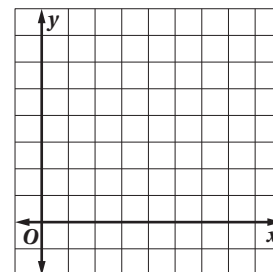
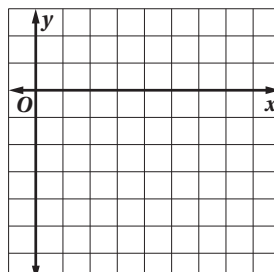
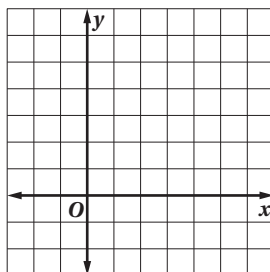
$$f(x) = \sqrt{x+1} + 8 \quad (2)$$

مثل كل دالة مما يأتي بياناً، وحدد مجالها ومداهما:

$$y = \sqrt{5x} \quad (3)$$

$$y = -\sqrt{x-1} \quad (4)$$

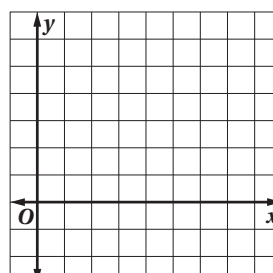
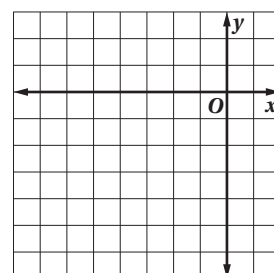
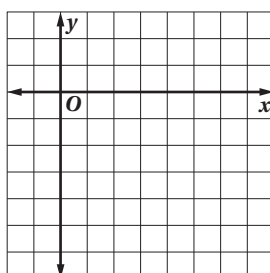
$$y = 2\sqrt{x+2} \quad (5)$$



$$y = 1 - \sqrt{2x+3} \quad (8)$$

$$y = \sqrt{x+7} - 4 \quad (7)$$

$$y = \sqrt{3x-4} \quad (6)$$

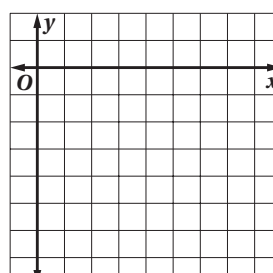
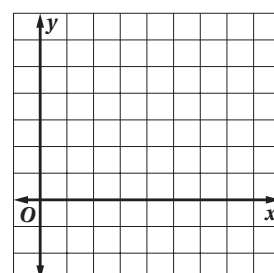
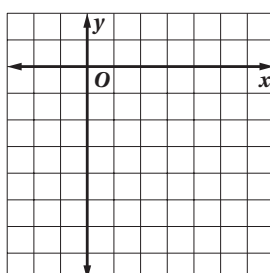


مثل كل متباينة مما يأتي بياناً:

$$y \geq -\sqrt{6x} \quad (9)$$

$$y \leq \sqrt{x-5} + 3 \quad (10)$$

$$y > -2\sqrt{3x+2} \quad (11)$$



(12) ألعاب: إذا كانت سرعة لعبة في مدينة الألعاب في أثناء هبوطها من المرتفع تُعطي بالدالة  $v = \sqrt{v_0^2 + 64h}$ ؛ حيث  $v_0$  السرعة الابتدائية بالأقدام لكل ثانية،  $h$  الارتفاع الرأسي بالأقدام، وكانت  $v_0 = 8$  ft/s ،  $v = 70$  ft/s، فأوجد  $h$ .

بسط كلاً ممّا يأتي:

- (1)  $\sqrt{0.81}$  (2)  $-\sqrt{324}$  (3)  $-\sqrt[4]{256}$  (4)  $\sqrt[6]{64}$
- (5)  $\sqrt[3]{-64}$  (6)  $\sqrt[3]{0.512}$  (7)  $\sqrt[5]{-243}$  (8)  $-\sqrt[4]{1296}$
- (9)  $\sqrt[5]{\frac{-1024}{243}}$  (10)  $\sqrt[5]{243x^{10}}$  (11)  $\sqrt{(14a)^2}$  (12)  $\sqrt{-(14a)^2}$
- (13)  $\sqrt{49m^2t^8}$  (14)  $\sqrt{\frac{16m^2}{25}}$  (15)  $\sqrt[3]{-64r^6w^{15}}$  (16)  $\sqrt{(2x)^8}$
- (17)  $-\sqrt[4]{625s^8}$  (18)  $\sqrt[3]{216p^3q^9}$  (19)  $\sqrt{676x^4y^6}$  (20)  $\sqrt[3]{-27x^9y^{12}}$
- (21)  $-\sqrt{144m^8n^6}$  (22)  $\sqrt[5]{-32x^5y^{10}}$  (23)  $\sqrt[6]{(m+4)^6}$  (24)  $\sqrt[3]{(2x+1)^3}$
- (25)  $-\sqrt{49a^{10}b^{16}}$  (26)  $\sqrt[4]{(x-5)^8}$  (27)  $\sqrt[3]{343d^6}$  (28)  $\sqrt{x^2+10x+25}$

استعمل الحاسبة لتقريب قيمة كل ممّا يأتي إلى أقرب ثلاث منازل عشرية:

- (29)  $\sqrt{7.8}$  (30)  $-\sqrt{89}$  (31)  $\sqrt[3]{25}$  (32)  $\sqrt[3]{-4}$
- (33)  $\sqrt[4]{1.1}$  (34)  $\sqrt[5]{-0.1}$  (35)  $\sqrt[6]{5555}$  (36)  $\sqrt[4]{(0.94)^2}$

(37) **حرارة إشعاعية**: تسمى كمية الطاقة المشعة من الجسم "الحرارة الإشعاعية". وتسمى درجة الحرارة السيليزية الداخلية للجسم "الحرارة الحركية". وترتبط العلاقة  $T_r = T_k \sqrt[4]{e}$  بين درجة الحرارة السيليزية الإشعاعية للجسم  $T_r$ ، وحرارته الحركية  $T_k$ ، حيث المتغير  $e$  في الصيغة هو مقياس قدرة الجسم على إطلاق الطاقة. فإذا كانت الحرارة الحركية لجسم  $30^\circ\text{C}$  وكان  $e = 0.94$ ، فأوجد الحرارة الإشعاعية للجسم مقربةً إلى أقرب جزء من عشرة من الدرجة.

(38) **قانون هيرو (Hero's Formula)**: لدى حمود حديقة مثلثة الشكل أطوال أضلاعها 15ft, 17ft, 20ft. ويريد إيجاد مساحة سطحها باستعمال قانون هيرو، الذي ينص على أن "مساحة سطح المثلث تساوي  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ؛ حيث  $a, b, c$  أطوال أضلاع المثلث،  $s$  نصف محيط المثلث". استعمل قانون هيرو لإيجاد مساحة سطح الحديقة مقربةً إلى أقرب عدد كلي.

بسّط كلّ عبارة جذرية ممّا يأتي:

(3)  $\sqrt[3]{128}$

(2)  $\sqrt[3]{-432}$

(1)  $\sqrt{540}$

(6)  $\sqrt[5]{-1215}$

(5)  $\sqrt[3]{-5000}$

(4)  $-\sqrt[4]{405}$

(9)  $\sqrt[3]{8g^3k^8}$

(8)  $\sqrt[4]{48v^8z^{13}}$

(7)  $\sqrt[3]{125t^6w^2}$

(12)  $\sqrt[3]{\frac{216}{24}}$

(11)  $\sqrt{\frac{11}{9}}$

(10)  $\sqrt{45x^3y^8}$

(15)  $\sqrt[4]{\frac{8}{9a^3}}$

(14)  $\sqrt{\frac{9a^5}{64b^4}}$

(13)  $\sqrt{\frac{1}{128}c^4d^7}$

(18)  $\sqrt{810} + \sqrt{240} - \sqrt{250}$

(17)  $(2\sqrt{24})(7\sqrt{18})$

(16)  $(3\sqrt{15})(-4\sqrt{45})$

(21)  $(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})^2$

(20)  $8\sqrt{48} - 6\sqrt{75} + 7\sqrt{80}$

(19)  $6\sqrt{20} + 8\sqrt{5} - 5\sqrt{45}$

(24)  $(\sqrt{2} + \sqrt{10})(\sqrt{2} - \sqrt{10})$

(23)  $(\sqrt{5} - \sqrt{6})(\sqrt{5} + \sqrt{2})$

(22)  $(3 - \sqrt{7})^2$

(27)  $(\sqrt{108} - 6\sqrt{3})^2$

(26)  $(\sqrt{3} + 4\sqrt{7})^2$

(25)  $(1 + \sqrt{6})(5 - \sqrt{7})$

(30)  $\frac{5 + \sqrt{3}}{4 + \sqrt{3}}$

(29)  $\frac{6}{\sqrt{2} - 1}$

(28)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - 2}$

(33)  $\frac{3 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$

(32)  $\frac{3 + \sqrt{6}}{5 - \sqrt{24}}$

(31)  $\frac{3 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$

(34) نظرية فيثاغورس: يُعطى طولاً ساقين مثلث قائم الزاوية بالعبارتين  $6x^2y$  و  $9x^2y$ . استعمل هذه النظرية لإيجاد عبارة في أبسط صورة تمثل طول الوتر.

اكتب العبارة الأسية على الصورة الجذرية، والعبارة الجذرية على الصورة الأسية في كلِّ ممَّا يأتي:

$$(n^3)^{\frac{2}{5}} \quad (4) \quad m^{\frac{4}{7}} \quad (3) \quad 6^{\frac{2}{5}} \quad (2) \quad 5^{\frac{1}{3}} \quad (1)$$

$$\sqrt[5]{2a^{10}b} \quad (8) \quad \sqrt[3]{27m^6n^4} \quad (7) \quad \sqrt[4]{153} \quad (6) \quad \sqrt{79} \quad (5)$$

أوجد قيمة كلِّ عبارة ممَّا يأتي:

$$8^{\frac{5}{3}} \quad (11) \quad 1024^{\frac{1}{5}} \quad (10) \quad 81^{\frac{1}{4}} \quad (9)$$

$$27^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{4}{3}} \quad (14) \quad (-64)^{\frac{2}{3}} \quad (13) \quad 256^{\frac{3}{4}} \quad (12)$$

$$(25^{\frac{1}{2}})(-64^{-\frac{1}{3}}) \quad (17) \quad \frac{64^{\frac{2}{3}}}{343^{\frac{2}{3}}} \quad (16) \quad \left(\frac{125}{216}\right)^{\frac{2}{3}} \quad (15)$$

بسِّط كلِّ عبارة ممَّا يأتي:

$$\left(u^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{4}{5}} \quad (20) \quad s^{\frac{3}{4}} \cdot s^{\frac{13}{4}} \quad (19) \quad g^{\frac{4}{7}} \cdot g^{\frac{3}{7}} \quad (18)$$

$$\frac{q^{\frac{3}{5}}}{q^{\frac{2}{5}}} \quad (23) \quad b^{-\frac{3}{5}} \quad (22) \quad y^{-\frac{1}{2}} \quad (21)$$

$$\frac{a}{\sqrt{3b}} \quad (26) \quad \sqrt[4]{6} \cdot 3\sqrt[4]{6} \quad (25) \quad \sqrt[10]{8^5} \quad (24)$$

(27) كهرباء: تُستعمل الصيغة  $C = \left(\frac{P}{R}\right)^{\frac{1}{2}}$  لإيجاد شدة التيار  $C$  بالأمبير المارّ في جهاز ما؛ حيث  $P$  قدرته بالواط،  $R$  مقاومته بالأوم. أوجد شدة التيار المارّ في الجهاز إذا كانت قدرته  $500 \text{ W}$ ، ومقاومته  $10 \Omega$ ، مقربة إلى أقرب جزء من عشرة.

(28) صناعة: يستعمل مدير الإنتاج في أحد المصانع الصيغة  $C = 88n^{\frac{1}{3}} + 330$  لتقدير التكلفة  $C$  بالريال لإنتاج  $n$  قطعة من المنتج. فما تكلفة إنتاج 150 قطعة مقربة إلى أقرب ريال؟

## حل المعادلات والمتباينات الجذرية

حل كل معادلة مما يأتي:

$$4 - \sqrt{x} = 3 \quad (2)$$

$$\sqrt{x} = 8 \quad (1)$$

$$4\sqrt{3h} - 2 = 0 \quad (4)$$

$$\sqrt{2p} + 3 = 10 \quad (3)$$

$$18 + 7h^{\frac{1}{2}} = 12 \quad (6)$$

$$c^{\frac{1}{2}} + 6 = 9 \quad (5)$$

$$\sqrt[5]{w-7} = 1 \quad (8)$$

$$\sqrt[3]{d+2} = 7 \quad (7)$$

$$\sqrt[4]{y-9} + 4 = 0 \quad (10)$$

$$6 + \sqrt[3]{q-4} = 9 \quad (9)$$

$$\sqrt[3]{4m+1} - 2 = 2 \quad (12)$$

$$\sqrt{2m-6} - 16 = 0 \quad (11)$$

$$\sqrt{1-4t} - 8 = -6 \quad (14)$$

$$\sqrt{8n-5} - 1 = 2 \quad (13)$$

$$(6u-5)^{\frac{1}{3}} + 2 = -3 \quad (16)$$

$$(3g+1)^{\frac{1}{2}} - 6 = 4 \quad (15)$$

$$\sqrt{4r-6} = \sqrt{r} \quad (18)$$

$$\sqrt{2d-5} = \sqrt{d-1} \quad (17)$$

$$\sqrt{2x+5} = \sqrt{2x+1} \quad (20)$$

$$\sqrt{6x-4} = \sqrt{2x+10} \quad (19)$$

حل كل متباينة مما يأتي:

$$\sqrt{x+5} + 4 \leq 13 \quad (22)$$

$$3\sqrt{a} \geq 12 \quad (21)$$

$$8 + \sqrt{2x} \leq 5 \quad (24)$$

$$\sqrt{x-1} < 2 \quad (23)$$

(25) إحصاء: يستعمل الإحصائيون القانون  $\sigma = \sqrt{\sigma}$  لحساب الانحراف المعياري  $\sigma$ ، حيث  $\sigma$  التباين لمجموعة البيانات. أوجد التباين لمجموعة بيانات انحرافها المعياري 15.

(26) جاذبية أرضية: أسقطت سلمى كرة من ارتفاع 25ft عن سطح الأرض. ويمكن تمثيل ارتفاع الكرة بالأقدام عن سطح الأرض  $h$  بعد  $t$  ثانية بالصيغة  $t = \frac{1}{4}\sqrt{25-h}$ . فما يكون ارتفاع الكرة عن سطح الأرض بعد 1s من إسقاطها؟



