الفهرس

الفصل الأول

الفصل الثانى

الفصل الثالث

الفصل الرابع

١ الـدوال و الـمتباينـات

١-١ خصائص الأعداد الحقيقية

١-٢ العلاقـــات و الـدوال

١-٣ دوال خـــاصـة

١-٤ تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانياً

١-٥ حل أنظمة المتباينات الخطية بيانياً

١-٦ البرمجة الخطية والحل الأمثل

٢ المصفوفات

- ٢-١ مقدمة فى المصفوفات
- ٢-٢ العمليات على المصفوفات
- ٢-٣ ضرب المصفوفات
- ٢-٤ المحددات وقاعدة كرامر
- ٢-٥ النظير الضربى للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

٣ كثيرات الحـــدود ودوالها

٣-١ الأعـــداد المركبة

٣-٢ القانون العام والمميز

٣-٣ العمليات على كثيرات الحدود

٣-٤ قسمة كثيرات الحـــدود

٣-٥ دوال كثيرات الحـــدود

٣-٦ حـل معادلات كثيرات الحـدود

٣-٧ نظرية البـاقـى والعوامـل

٣-٨ الجـذور والأصفـار

٣-٩ نظريـة الصفر النسبى

٤ العلاقات والدوال العكسية والجذرية

٤-١ العمليات على الدوال

٤-٢ العلاقات والدوال العكسية

٤-٣ دوال ومتباينات الجذر التربيعى

٤-٤ الجذر النونى

٤-٥ العمليات على العبارات الجذرية

٤-٦ الأسس النسبية

٤-٧ حل المعادلات والمتباينات الجذرية

الفصل الأول
١-١ خصائص الأعداد الحقيقية

فيما سبق:
درست الأعداد الحقيقية، والعمليات عليها.
(مهارة سابقة)

والآن:
- أصنّف الأعداد الحقيقية.
- أستعمل خصائص الأعداد الحقيقية لتبسيط قيم العبارات الجبرية.

المفردات

الأعداد الحقيقية
real numbers
الأعداد النسبية
rational numbers
الأعداد غير النسبية
irrational numbers
الأعداد الصحيحة
integers
الأعداد الكلية
whole numbers
الأعداد الطبيعية
natural numbers

الأعداد الحقيقية : تتضمن **الأعداد الحقيقية** مجموعات مختلفة من الأعداد منها:

- **الأعداد النسبية** هي الأعداد التي يمكن كتابتها على الصورة $\frac{a}{b}$، حيث a وَ b عددان صحيحان، والعدد b لا يساوي صفرًا. وتكون الصورة العشرية للعدد النسبي إما عددًا عشريًّا منتهيًا أو دوريًّا.
- **الأعداد غير النسبية** وتكون الصورة العشرية للعدد غير النسبي ليست منتهية وليست دورية. لذا فإنّ الجذور التربيعية للأعداد التي ليست مربعات كاملة هي أعداد غير نسبية.
- مجموعة **الأعداد الصحيحة** هي : $\{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$، ومجموعة **الأعداد الكلية** هي: $\{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$. ومجموعة **الأعداد الطبيعية** هي: $\{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$، وكل منها مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد النسبية؛ وذلك لأن كل عدد صحيح n يمكن كتابته على الصورة $\frac{n}{1}$.

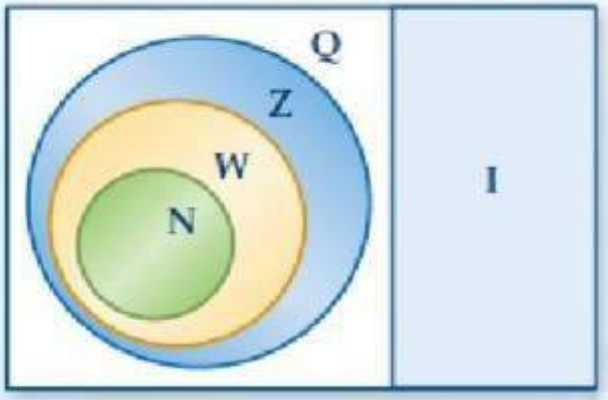
مفهوم أساسي

الأعداد الحقيقية (R)

أضف إلى مطويتك

الرمز	المجموعة	أمثلة
Q	الأعداد النسبية	$0.125, -\frac{7}{8}, \frac{2}{3} = 0.66\ldots$
I	الأعداد غير النسبية	$\pi = 3.14159\ldots$ $\sqrt{3} = 1.73205\ldots$
Z	الأعداد الصحيحة	$-5, 17, -23, 8$
W	الأعداد الكلية	$2, 96, 0, \sqrt{36}$
N	الأعداد الطبيعية	$3, 17, 6, 86$

الأعداد الحقيقيّة R



الفصل الأول
١-١ خصائص الأعداد الحقيقية

مثال 1 تصنيف الأعداد

حدِّد مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد مما يأتي:

a) -23

مجموعة الأعداد الصحيحة (Z)، مجموعة الأعداد النسبية (Q)، مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

b) $\sqrt{50}$

مجموعة الأعداد غير النسبية (I)، مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

c) $-\frac{4}{9}$

مجموعة الأعداد النسبية (Q)، مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

إرشادات للدراسة

تصنيف الأعداد

يمكن أن ينتمي العدد إلى أكثر من مجموعة أعداد، فمثلاً يُعدّ أي عدد طبيعي عددًا كليًا وصحيحًا، ونسبيًا، وحقيقيًا.

الفصل الأول
١-١ خصائص الأعداد الحقيقية

تحقق من فهمك :-

1) حدد مجموعات الأعداد التى ينتمى إليها كل عدد مما يأتى :-

1A) -185 **Z , Q , R**

1B) $-\sqrt{49}$ **Z , Q , R**

1C) $-\sqrt{95}$ **I , R**

1D) - 7/8 **Q , R**

2) ما الخاصية الموضحة فى :- $2(x+3) = 2x+6$

خاصية التوزيع

3) أوجد النظير الجمعى والنظير الضربى لكل عدد مما يأتى :-

العدد	النظير	
	الجمعي	الضربي
1.25	-1.25	0.8
$2\frac{1}{2}$	$-2\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$

3A) 1.25

3B) 2 ½

الفصل الأول
١-١ خصائص الأعداد الحقيقية

خصائص الأعداد الحقيقية : يلخص الجدول الآتي بعض خصائص الأعداد الحقيقية:

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

خصائص الأعداد الحقيقية

لأي أعداد حقيقية a, b, c فإن:

الخاصية	الجمع	الضرب
التبديلية	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
التجميعية	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
العنصر المحايد	$a + 0 = a = 0 + a$	$a \cdot 1 = a = 1 \cdot a$
النظير	$a + (-a) = 0 = (-a) + a$	$a \cdot \frac{1}{a} = 1 = \frac{1}{a} \cdot a, a \neq 0$
الانغلاق	$(a + b)$ عدد حقيقي	$(a \cdot b)$ عدد حقيقي
التوزيع	$a(b + c) = ab + ac, (b + c)a = ba + ca$	

الفصل الأول
١-١ خصائص الأعداد الحقيقية

مثال 2 تمييز خصائص الأعداد الحقيقية

ما الخاصية الموضّحة في: $13 \cdot (4 \cdot 5) = (13 \cdot 4) \cdot 5$ ؟

الخاصية التجميعية في عملية الضرب.

وتنص الخاصية التجميعية لعملية الضرب على أن ناتج الضرب لا يتأثر بالطريقة التي يتم بها تجميع العوامل.

تحقق من فهمك :-

2) ما الخاصية الموضحة فى :- $2(x + 3) = 2x + 6$

خاصية التوزيع

الفصل الأول
١-١ خصائص الأعداد الحقيقية

يمكنك إيجاد كلٍّ من النظير الجمعي والضربي لأي عدد حقيقي لا يساوي الصفر.

مثال 3 **النظير الجمعي و النظير الضربي**

أوجد النظير الجمعي والنظير الضربي للعدد $-\frac{5}{8}$

بما أن $-\frac{5}{8}+\frac{5}{8}=0$، فإن النظير الجمعي للعدد $-\frac{5}{8}$ هو $\frac{5}{8}$

وبما أن $\left(-\frac{8}{5}\right)\left(-\frac{5}{8}\right)=1$، فإن النظير الضربي للعدد $-\frac{5}{8}$ هو $-\frac{8}{5}$

تحقق من فهمك :-

3) أوجد النظير الجمعى والنظير الضربى لكل عـدد مما يـأتى :-

العدد	النظير الجمعي	النظير الضربي
1.25	-1.25	0.8
$2\frac{1}{2}$	$-2\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$

3A) 1.25

$1.25=\frac{125}{100}=\frac{5}{4}$

3B) 2 ½

$2\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$

الفصل الأول
١-١ خصائص الأعداد الحقيقية

تحقق من فهمك :-

3) أوجد النظير الجمعى والنظير الضربى لكل عدد مما يأتى :-

3A) 1.25 **3B) 2 ½**

$1.25 = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$ $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

العدد	النظير	
	الجمعي	الضربي
1.25	-1.25	0.8
$2\frac{1}{2}$	$-2\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$

الرياضيات
ثاني ثانوى
تحقق تأكد
تدرب

الفصل الأول
١-١ خصائص الأعداد الحقيقية

مثال 4 من واقع الحياة — خاصية التوزيع

مبيعات: يبين الجدول المجاور أسعار جهاز حاسوب وملحقاته في أحد العروض. فإذا زاد السعر الأصلي للجهاز وملحقاته، بنسبة 6% فأوجد قيمة هذه الزيادة.

الجهاز أو الملحق	السعر (بالريال)
حاسوب	1000
شاشة	600
آله طابعة	500
كاميرا رقمية	150
برمجيات ملحقة	300

يمكن إيجاد قيمة هذه الزيادة بطريقتين هما:

الطريقة 1: اضرب ثم اجمع . اضرب كل قيمة في 6%، أو 0.06، ثم اجمع.

$$T = 0.06(1000) + 0.06(600) + 0.06(500) + 0.06(150) + 0.06(300)$$
$$= 60 + 36 + 30 + 9 + 18 = 153$$

الطريقة 2: اجمع ثم اضرب.

أوجد السعر الكلى لجهاز الحاسوب وملحقاته قبل الزيادة، ثم اضربه فى العدد 0.06

$$T = 0.06(1000 + 600 + 500 + 150 + 300)$$
$$= 0.06(2550) = 153$$

فتكون قيمة الزيادة 153 ريالًا. لاحظ أن النتيجة متساوية في الطريقتين.

4) أعمال:- يتقاضى كمال 20ريالاً عن كل ساعة عمل فى محل تجارى . فإذا كانت ساعات عمله فى أحد الأسابيع هى 4 , 3 , 2.5 , 3 , 4 فما المبلغ الذى حصل عليه كمال فى ذلك الأسبوع ؟

الطريقة الأولى

اجمع ثم اضرب:-

$$T = 20\,(4 + 3 + 2.5 + 3 + 4)$$
$$= 20\,(16.5)$$
$$= 330 \text{ ريالاً}$$

الطريقة الثانية

اضرب ثم اجمع:-

$$T = 20(4)+20(3)+20(2.5)+20(3)+20(4)$$
$$= 80 + 60 + 50 + 60 + 80$$
$$= 330 \text{ ريالاً}$$

مثال 5 تبسيط العبارات الجبرية

بسّط العبارة: $3(2q + r) + 5(4q - 7r)$

خاصية التوزيع $3(2q + r) + 5(4q - 7r) = 3(2q) + 3(r) + 5(4q) - 5(7r)$

اضرب $= 6q + 3r + 20q - 35r$

الخاصية التبديلية للجمع $= 6q + 20q + 3r - 35r$

خاصية التوزيع $= (6 + 20)q + (3 - 35)r$

بسّط $= 26q - 32r$

تحقق من فهمك :-

5) بسط العبارة :- $3(4x - 2y) - 2(3x + y)$

$$3(4x - 2y) - 2(3x + y)$$

خاصية التوزيع $= 3(4x) - 3(2y) - 2(3x) - 2(y)$

بالضرب $= 12x - 6y - 6x - 2y$

الخاصية التبديلية للجمع $= 12x - 6x - 6y - 2y$

خاصية التوزيع $= (12 - 6)x - (6 + 2)y$

خاصية التوزيع $= 6x - 8y$

تـــأكـد :-

مثال 1 حدد مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد مما يأتي:

1) 62 **N, W, Z, Q, R**

2) $\frac{5}{4}$ **Q, R**

3) $\sqrt{11}$ **I, R**

4) -12 **Z, Q, R**

مثال 2 أذكر الخاصية الموضحة في كل مما يأتي:

5) $(6 \cdot 8) \cdot 5 = 6 \cdot (8 \cdot 5)$ **الخاصية التجميعية لعملية الضرب**

6) $7(9-5) = 7 \cdot 9 - 7 \cdot 5$ **خاصية التوزيع**

7) $84 + 16 = 16 + 84$ **الخاصية التبديلية لعملية الجمع**

8) $6(12+5) = 12 \cdot 6 + 5 \cdot 6$ **خاصية التوزيع**

تـــأكـد :-

مثـال 3

أوجد النظير الجمعي والنظير الضربي لكل عدد مما يأتي:

رقم	العدد	النظير	
		الجمعي	الضربي
(9	-7	7	$-\frac{1}{7}$
(10	$\frac{4}{9}$	$-\frac{4}{9}$	$\frac{9}{4}$
(11	3.8	-3.8	$\frac{1}{3\cdot 8}$
(12	$\sqrt{5}$	$-\sqrt{5}$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$

مثال 4

...ات: يبين الجدول المجاور أسعار أربعة أصناف من الملابس في أحد العروض. فإذا زاد السعر الأصلي لكلٍّ منها بنسبة 8% فأوجد قيمة هذه الزيادة.

الصنف	السعر (بالريال)
قميص	40
بنطال	60
ثوب	100
معطف	200

$$= \frac{8}{100} * 40 + \frac{8}{100} * 60 + \frac{8}{100} * 100 + \frac{8}{100} * 200$$

خاصية التوزيع $$= \frac{8}{100} (40 + 60 + 100 + 200)$$

تبسيط $$= \frac{8}{100} (400)$$

الناتج $$= 32$$

الطريقة ١

اضرب ثم اجمع:-

$44(2) + 44(4) + 44(3) + 44(1) + 44(5) + 44(6)$

الطريقة ٢

اجمع ثم اضرب:-

$44\ (\ 2 + 4 + 3 + 1 + 5 + 6\ )$

b) استعمل خاصية التوزيع لتجد هذا المبلغ.

$$44\ (\ 2 + 4 + 3 + 1 + 5 + 6\ )$$
$$= 44\ (\ 21\ )$$
$$= 924 \text{ ريالاً}$$

c) متى يكسب المبلغ الذي يخطط لجمعه ؟ وضح إجابتك

إذا استمر في خياطة العدد نفسه من الأثواب، فإنه سيحصل على المبلغ الذي يريده في نهاية يوم الإثنين من الأسبوع التالي. وربما لا يتحقق ذلك؛ لأنه ليس من الضروري أن تتكرر أعداد الأثواب بالنمط ذاته.

مثال 5

بسط كل عبارة مما يأتي:

14) $5\,(3x + 6y) + 4\,(2x - 9y)$

الحل

$$5\,(3x + 6y) + 4\,(2x - 9y)$$

$$= 15x + 30y + 8x - 36y$$

$$= 23\,x - 6y$$

مثال 5

بسط كل عبارة مما يأتي:

15) $6(6a+5b)-3(4a+7b)$

الحل

$$6(6a+5b)-3(4a+7b)$$

$$=36a+30b-12a-21b$$

$$=24a+9b$$

مثال 5

بسط كل عبارة مما يأتي:

16) $-4(6c-3d)-5(-2c-4)$

الحل

$$-4(6c-3d)-5(-2c-4d)$$

$$= -24c + 12d + 10c + 20d$$

$$= -14c + 32d$$

مثال 5

بسط كل عبارة مما يأتي:

17) $-5(8x-2y)-4(-6x-3y)$

الحل

$$-5(8x-2y)-4(-6x-3y)$$

$$=-40x+10y+24x+12y$$

$$=-16x+22y$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 1

حدد مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد مما يأتي:

18) $-\frac{4}{3}$

Q , R

19) -8.13

Q , R

20) $\sqrt{25}$

N , W , Z , Q , R

21) $0.\overline{61}$

Q , R

22) $\frac{9}{3}$

I , R

23) $-\sqrt{144}$

Z , Q , R

تـدرب وحـل المسائـل :-

مثـال 1

حدد مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد مما يأتي:

23) $-\sqrt{144}$

Z , Q , R

24) $\frac{21}{7}$

N , W , Z , Q , R

25) $\sqrt{17}$

I , R

تدرب وحل المسائل :-

مثال 2 أذكر الخاصية الموضحة في كل مما يأتي:

26) $-7y + 7y = 0$ **خاصية النظير الجمعى**

27) $8\sqrt{11} + 5\sqrt{11} = (8 + 5)\sqrt{11}$ **خاصية التوزيع**

28) $(16 + 7) + 23 = 16 + (7 + 23)$ **الخاصية التجمعية لعملية الجمع**

29) $(\frac{22}{7})(\frac{7}{22}) = 1$ **خاصية النظير الضربى**

تدرب وحل المسائل :-

مثال 2

أذكر الخاصية الموضحة في كل مما يأتي:

(26 $-7y + 7y = 0$ خاصية النظير الجمعى

(27 $8\sqrt{11} + 5\sqrt{11} = (8 + 5)\sqrt{11}$ خاصية التوزيع

(28 $(16 + 7) + 23 = 16 + (7 + 23)$ الخاصية التجمعية لعملية الجمع

(29 $(\frac{22}{7})(\frac{7}{22}) = 1$ خاصية النظير الضربى

تدرب وحل المسائل :-

مثال 3

أوجد النظير الجمعي والنظير الضربي لكل عدد مما يأتي:

رقم	العدد	النظير الجمعي	النظير الضربي
(30	-8	8	$-\frac{1}{8}$
(31	12.1	-12.1	$\frac{1}{12.1}$
(32	-0.25	0.25	-4
(33	$\frac{6}{13}$	$-\frac{6}{13}$	$\frac{13}{6}$
(34	$-\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{8}{3}$
(35	$\sqrt{15}$	$-\sqrt{15}$	$\frac{1}{\sqrt{15}}$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 4

(36) **ترشيد:** يبين الجدول المجاور أوجه إنفاق إحدى الأسر خلال شهر. إذا قررت الأسرة ترشيد إنفاقها بنسبة 15% من كل وجه لشراء سيارة جديدة، فما مقدار ما توفره في الشهر؟

وجه الإنفاق	المبلغ (بالريال)
الطعام والشراب	3000
المواصلات	1000
الفواتير	500
أخرى	750

الطريقة الأولى

اجمع ثم اضرب:-

ما توفره الأسرة =

$$\frac{15}{100}(3000+1000+500+750)$$

$$=\frac{15}{100}(5250)$$

$$= 787.5 \text{ ريال}$$

الطريقة الثانية

اضرب ثم اجمع:-

ما توفره الأسرة =

$$\frac{15}{100}750+\frac{15}{100}500+\frac{15}{100}1000+\frac{15}{100}(3000)=$$

تـدرب وحـل المسائـل :-

مثـال 5

بسط كل عبارة مما يأتي:

37) $8b - 3c + 4b + 9c$

$$8b - 3c + 4b + 9c = 12\ b + 6c$$

تـدرب وحـل المسائـل :-

مثـال 5

بسط كل عبارة مما يأتي:

38) $-2a+9d-5a-6d$

$$-2a+9d-5a-6d=-7a+3d$$

تـدرب وحـل المسائـل :-

مثـال 5

بسط كل عبارة مما يأتي:

39) $4\,(\,4x - 9y\,) + 8\,(\,3x + 2\,)$

$$4\,(\,4x - 9y\,) + 8\,(\,3x + 2y\,)$$

$$= 16x - 36y + 24x + 16$$

$$= 40x - 20y$$

تـدرب وحـل المسائـل :-

مثـال 5

بسط كل عبارة مما يأتي:

40) $6\,(9a - 3b\,) - 8\,(\,2a + 4\,)$

$6\,(9a - 3b\,) - 8\,(\,2a + 4b\,)$

$= 54a - 18b - 16a - 32b$

$= 38a - 50b$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 5

بسط كل عبارة مما يأتي:

41) $-2(-5g+6)-9(-2g+4k)$

$$-2(-5g+6k)-9(-2g+4k)$$

$$= 10g-12k+18g-36k$$

$$= 28g-48k$$

تـدرب وحـل المسائـل :-

مثـال 5

بسط كل عبارة مما يأتي:

42) $-5(10x+8)-6(4x-7z)$

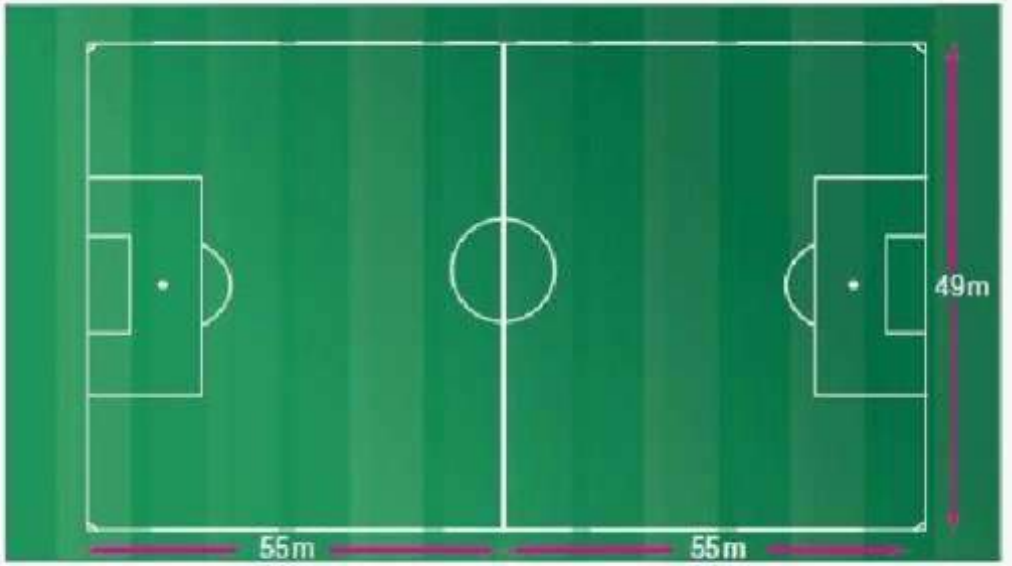
$$-5(10x+8z)-6(4x-7z)$$

$$=-50x-40z-24x+42z$$

$$=-74x+2z$$

تدرب وحل المسائل :-

43) كرة قدم: وضح خاصية التوزيع من خلال كتابة عبارتين تمثلان مساحة الملعب في الشكل أدناه ثم أوجد مساحة الملعب.



العبارتين هما

$2(55)(49)$ $(55)(49)+(55)(49)$

$=5930\ m^2$

تـدرب وحـل المسائل :-

44) تخفيضات: يبين الجدول المجاور نسبة التخفيض لأسعار بعض الأجهزة الكهربائية في محل . فأراد أحمد أن يشتري من ذلك المحل جهاز تسجيل ومكنسة ومروحة.

التخفيضات		
نوع السلعة	نسبة التخفيض	السعر السابق (ريال)
جهاز تسجيل	30%	170
مكنسة	30%	350
مروحة	30%	110

a) وضح خاصية التوزيع من خلال كتابة عبارتين تمثل كل منهما المبلغ الذي سيدفعه أحمد.

الطريقة ١

$$630 - (170 + 350 + 110)(0.30)$$

الطريقة ٢

$$630 - [170\,(0.30) + 350\,(0.30) + 110\,(0.30)]$$

تدرب وحل المسائل :-

b) أحسب المبلغ الذي سيدفعه أحمد بطريقتين مختلفتين مستعملاً خصائص العمليات على الأعداد.

الطريقة ١

630 – (170 + 350 + 110)(0.30) = 441 ريالاً

الطريقة ٢

630 – [170(0.30) +350(0.30) +110(0.30)]=441 ريالاً

تدرب وحل المسائل :-

بسط كل عبارة مما يأتي:

45) $\frac{1}{3}(5x + 8y) + \frac{1}{4}(6x - 2y)$

$$\frac{1}{3}(5x + 8y) + \frac{1}{4}(6x - 2y)$$

$$= \frac{1}{3}(5x) + \frac{1}{3}(8y) + \frac{1}{4}(6x) - \frac{1}{4}(2y)$$

$$= \frac{5}{3}x + \frac{8}{3}y + \frac{6}{4}x - \frac{2}{4}y$$

تدرب وحل المسائل :-

46) $\frac{2}{5}(6c-8) + \frac{3}{4}(4c-9d)$

$$\frac{2}{5}(6c-8\,d) + \frac{3}{4}(4c-9d)$$

$$= \frac{12}{5}c - \frac{16}{5}d + \frac{12}{4}c - \frac{27}{4}d$$

$$= \frac{12}{5}c + \frac{12}{4}c - \frac{16}{5}d - \frac{27}{4}d$$

$$= \frac{48}{20}c + \frac{60}{20}c - \frac{64}{20}d - \frac{135}{20}d$$

$$= \frac{108}{20}c - \frac{199}{20}d$$

$$= \frac{27}{5}c - \frac{199}{20}d$$

تدرب وحل المسائل :-

47) $-6\,(3a + 5b) - 3\,(6a - 8c)$

$$-6\,(3a + 5b) - 3\,(6a - 8c)$$

$$= -6(3a) - 6(5b) - 3(6a) - 3\,(-8\,c)$$

$$= -\,18a - 30b - 18a + 24\,c$$

$$= -18a - 18a - 30b + 24\,c$$

$$= -36a - 30b + 24\,c$$

تـدرب وحـل المسائل :-

48) $-9\,(3x + 8y) - 3\,(5x + 10z)$

$$-9\,(3x + 8y) - 3\,(5x + 10z)$$

$$= -9\,(3x) - 9\,(8y) - 3\,(5x) - 3\,(10z)$$

$$= -\,27x - 72y - 15x - 30z$$

$$= -27x - 15x - 72y - 30z$$

$$= -42x - 72y - 30z$$

تـدرب وحـل المسائـل :-

49) ديكور: يريد محمد شراء 5 ستائر لنوافذ منزله: نافذتان كبيرتان و 3 نوافذ صغيرة فإذا كانت النافذة الكبيرة تحتاج إلى ستارة طولها $3\frac{3}{4}\ m$ من القماش ، على حين تحتاج النافذة الصغيرة إلى ستارة طولها $2\frac{1}{3}\ m$.

a) كم متراً من القماش يحتاج إليه محمد ؟ يحتاج إلى $14\frac{1}{2}$

b) استعمل خصائص الأعداد الحقيقية لتبيين كيف يمكن لمحمد حساب كمية القماش التي يحتاج إليها ذهنياً.

$$2\left(3\frac{3}{4}\right)+3\left(2\frac{1}{3}\right)$$

$=2\left(3+\frac{3}{4}\right)+3\left(2+\frac{1}{3}\right)$ تعريف العدد الكسري

$=2(3)+2\left(\frac{3}{4}\right)+3(2)+3\left(\frac{1}{3}\right)$ خاصية التوزيع

$=6+\frac{3}{2}+6+1$ بالضرب

$=6+6+1+\frac{3}{2}$ الخاصية التبديلية للجمع.

$=13+\frac{3}{2}$ بالجمع

$=14\frac{1}{2}$ بالجمع .

50) تمثيلات متعددة: مستعملاً الأعداد:

$$-\sqrt{6}\ ,\ 3\ ,\ \frac{-15}{3}\ ,\ 4.1\ ,\ \pi\ ,\ 0\ ,\ \frac{3}{8}\ ,\ \sqrt{36}$$

أجب عما يأتي :

a) **جدولياً:** نظم هذه الأعداد في جدول وفقاً لمجموعة الأعداد التي تنتمي إليها.

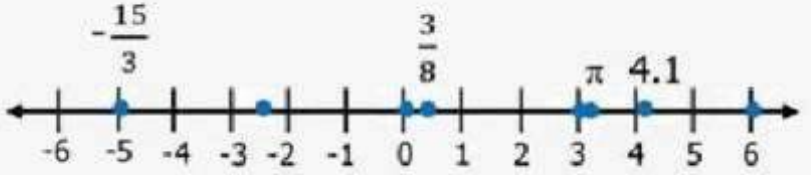
الأعداد غير نسبية	$\pi\ ,\ -\sqrt{6}$
الأعداد النسبية	$\frac{3}{8}\ ,\sqrt{36}\ ,\ 3\ ,\ \frac{-15}{3}\ ,\ 4.1\ ,\ 0$
الأعداد الصحيحة	$\sqrt{36}\ ,\ 3\ ,\ \frac{-15}{3}\ ,\ 0$
الأعداد الكلية	$\sqrt{36}\ ،\ 3\ ,\ 0$
الأعداد الطبيعية	$\sqrt{36}\ ،\ 3$

b) **جبرياً:** أكتب كل عدد من الأعداد أعلاه على الصورة العشرية، ثم رتبها تصاعدياً.

العدد	الصورة العشرية	العدد	الصورة العشرية
$-\sqrt{6}$	-2.449	π	3.14
3	3	0	0
$\frac{-15}{3}$	-5	$\frac{3}{8}$	0375
4.1	4.1	$\sqrt{36}$	6

تـدرب وحـل المسائـل :-

c) بيانيا: مثل هذه الأعداد على خط الأعداد .



d) لفظيا: اكتب تخميناً حول ترتيب الأعداد الحقيقية باستعمال الصورة العشرية لها.

يمكن بسهوله مقارنة الأعداد الحقيقية وترتيبها عن طريق كتابتها على الصورة العشرية.

الفهرس

الفصل الأول
١-٢ العلاقات و الدوال
Relations and Functions

فيما سبق:
درستُ تحديد كل من مجال ومدى علاقة معطاة. (مهارة سابقة)

والآن:
- أحلّل العلاقات والدوال.
- أستعمل معادلات العلاقات والدوال.

المفردات
الدالة المتباينة
one-to-one function
العلاقة المنفصلة
discrete relation
العلاقة المتصلة
continuous relation
اختبار الخط الرأسي
vertical line test
المتغير المستقل
independent variable
المتغير التابع
dependent variable
رمز الدالة
function notation

لماذا؟

يبين الجدول أدناه المعدل الشهري التقريبي لأعلى درجة حرارة وأدناها في مدينة الرياض، لاحظ أن معدل كلٍّ من درجتي الحرارة الدنيا والعليا لكل شهر يمكن تمثيله بزوج مرتب. فعلى سبيل المثال، يمكن تمثيل معدلي درجات الحرارة لشهر يناير بالزوج المرتب (9, 20).

معدل درجات الحرارة الشهرية (°C) في مدينة الرياض

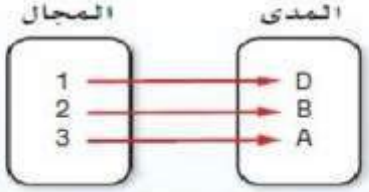
الشهر	يناير	فبراير	مارس	إبريل	مايو	يونيو	يوليو	أغسطس	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
الدنيا	9	11	15	20	26	28	29	29	26	21	15	11
العليا	20	23	27	33	39	42	43	43	40	35	27	22

العلاقات والدوال: تذكر أن الدالة هي علاقة يرتبط فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المدى.

مفهوم أساسي — الدالة المتباينة

أضف إلى مطويتك

الدالة المتباينة: هي دالة يرتبط فيها كل عنصر من المجال بعنصر مختلف من المدى، وهذا يعني أنه لايمكن أن يرتبط عنصران من المجال بالعنصر نفسه من المدى.



الفصل الأول
١-٢ العلاقات و الدوال

مثال 1 المجال والمدى

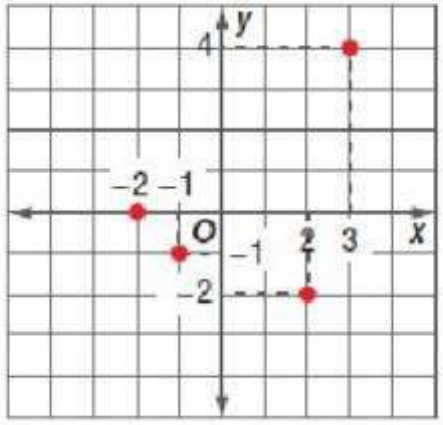
حدِّد مجال كلِّ علاقة فيما يأتي ومداها، وبيِّن ما إذا كانت دالةً أم لا ، وإذا كانت كذلك فهل هي متباينة أم لا ؟

a) $\{(-6, -9), (-1, 7), (-3, -7), (-5, -9), (-6, -1)\}$

المجال $= \{-6, -5, -3, -1\}$ المدى $= \{-9, -7, -1, 7\}$

هل هي دالة: لا، لأن العنصر -6 في المجال ارتبط بكل من العنصرين -9 ، -1 في المدى.

b)



المجال $= \{-2, -1, 2, 3\}$

المدى $= \{-2, -1, 0, 4\}$

هذه العلاقة دالة؛ لأن كل عنصر في المجال ارتبط بعنصر واحد فقط من المدى. وهي متباينة؛ لأن كل عنصر من المدى ارتبط بعنصر واحد فقط من المجال.

إرشادات للدراسة

العلاقة: تمثل العلاقة عادة على شكل أزواج مرتبة (x, y)، كما يمكن وصفها بعدة طرق أخرى، منها المخطط السهمي، والجدول، والتمثيل البياني.

المجال: مجموعة إحداثيات x في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

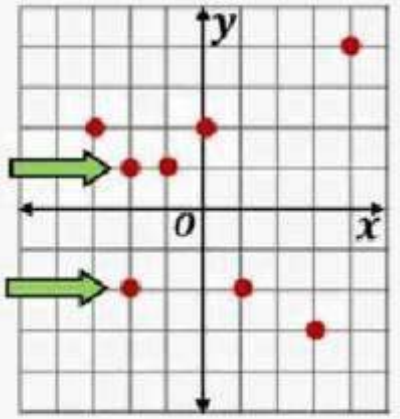
المدى: مجموعة إحداثيات y في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

الفصل الأول
١-٢ العلاقات و الدوال

تحقق من فهمك :-

1) حدد كلاً من مجال ومدى العلاقة، ثم حدد إذا كانت تمثل دالة أم لا، وإذا كانت كذلك **فهل هي متباينة أم لا؟**

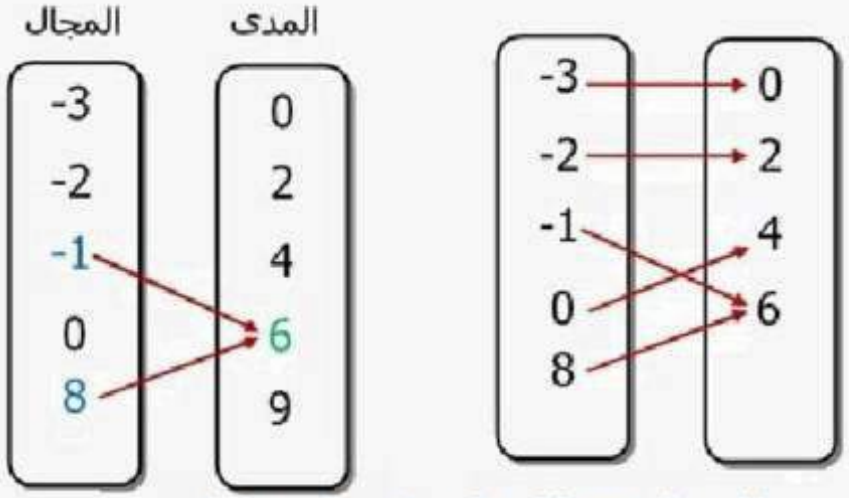
(1A



ليست دالة لوجود نقطتين على خط رأسي واحد

- ليست متباينة.لأنه ارتبط أكثر من عنصر في المجال بالعنصر نفسه في المدى.

(1B



- المجال = {8 , 0 , 1- , 2- , 3-}

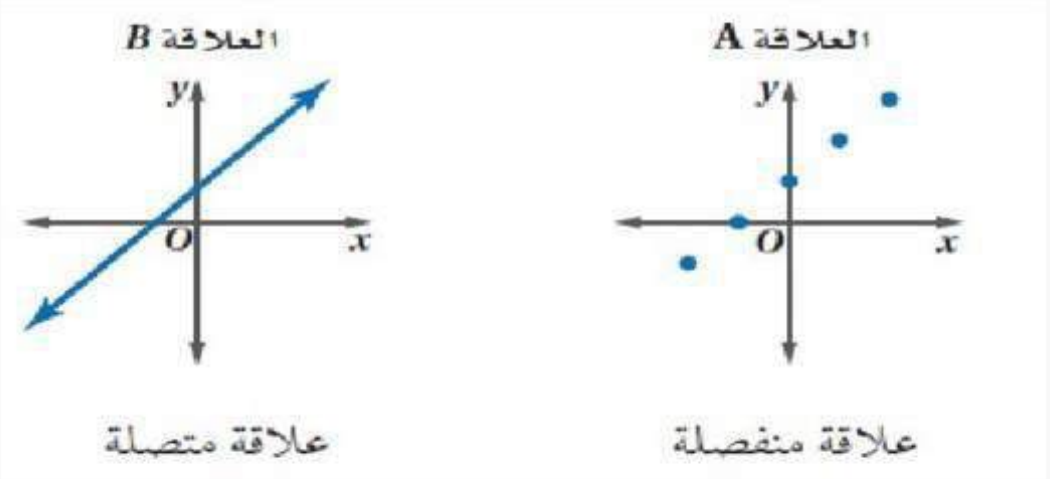
- المدى = {6 , 4 , 2 , 0}

- كل عنصر في المجال مرتبط بعنصر واحد في المدى، لذا فإن هذه العلاقة تمثل دالة.

ليست متباينة لارتباط عنصرين في المجال بعنصر واحد في المدى

الفصل الأول
١-٢ العلاقات و الدوال

العلاقة التي يكون فيها المجال مجموعة من العناصر المنفردة، وتمثل بيانيًّا بنقاطٍ منفصلةٍ، مثل العلاقة A أدناه تسمى **علاقة منفصلة**. لاحظ أن تمثيلها البياني يتكون من نقاط غير متصلة، والعلاقة التي يكون مجالها فترة جزئية من الأعداد الحقيقية وأمكن تمثيلها بيانيًّا بمستقيم أو بمنحنى متصل مثل العلاقة B أدناه، فإنها تكون **علاقة متصلة**.



إرشادات للدراسة

العلاقة المتصلة

يمكنك تمثيل العلاقة المتصلة بيانيًّا دون رفع القلم عن الورقة.

يمكنك استعمال **اختبار الخط الرأسي** مع كل من العلاقات المتصلة والمنفصلة لمعرفة إذا كانت العلاقة دالة أم لا.

الفصل الأول
١-٢ العلاقات و الدوال

يمكنك استعمال **اختبار الخط الرأسي** مع كل من العلاقات المتصلة والمنفصلة لمعرفة إذا كانت العلاقة دالة أم لا.

مفهوم أساسي

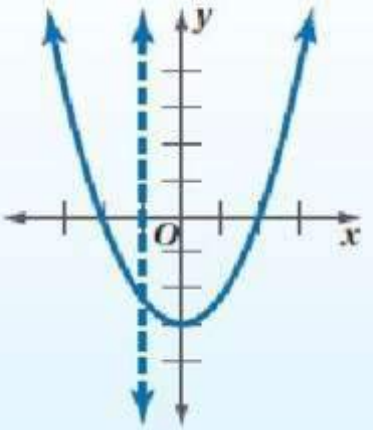
أضف إلى مطويتك

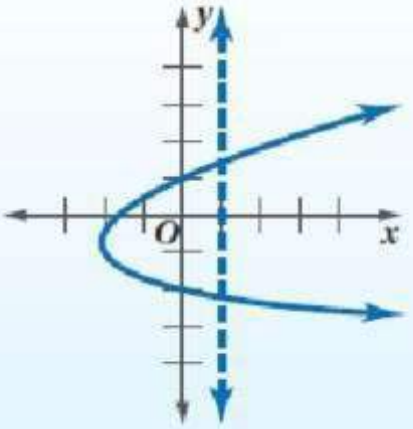
اختبار الخط الرأسي

التعبير اللفظي: إذا لم يقطع أي خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة بأكثر من نقطة، فالعلاقة دالة.

إذا قطع خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة في أكثر من نقطة فالعلاقة ليست دالة.

النموذج:





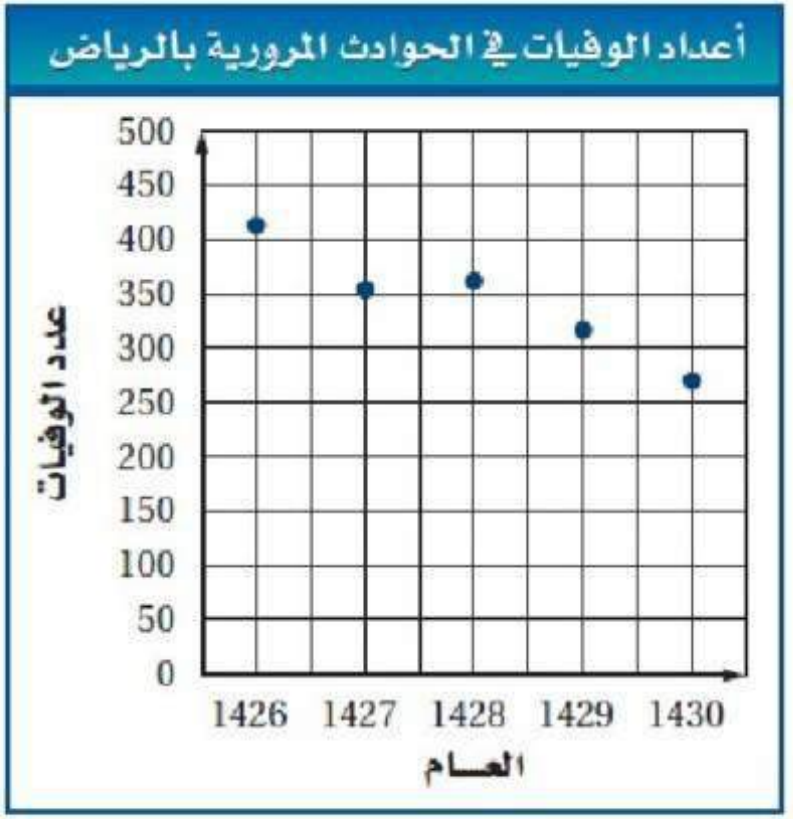
الفصل الأول
١-٢ العلاقات و الدوال

مثال 2 من واقع الحياة

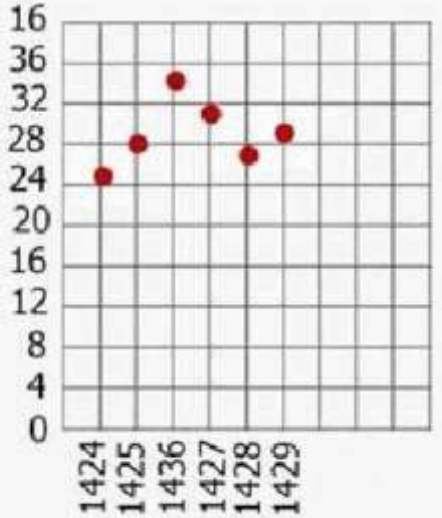
تمييز العلاقة

حوادث المرور: يبين التمثيل البياني المجاور أعداد الوفيات في مدينة الرياض نتيجة الحوادث المرورية من عام 1426 هـ إلى عام 1430 هـ ، هل العلاقة التي يمثلها منفصلة أم متصلة؟ وهل تمثل دالة؟

بما أن التمثيل البياني مكون من نقاط منفصلة، فالعلاقة منفصلة. وباستعمال اختبار الخط الرأسي نلاحظ أنه لا يمكن رسم أي خط رأسي يمر بأكثر من نقطة من نقاط التمثيل، إذن فالعلاقة تمثل دالة.



2) إذا كان عدد العاملين في إحدى المؤسسات في الأعوام من 1424هـ إلى 1429هـ على الترتيب هو:
29 , 27 , 31 , 34 , 28 , 25 . مثل هذه البيانات بيانياً، وحدد هل العلاقة التي تمثلها هذه البيانات منفصلة أو متصلة. وهل تمثل دالة؟



العلاقة منفصلة؛ وتمثل دالة

الربط مع الحياة

هل تعلم أن لكل 8 حوادث مرورية في المملكة العربية السعودية يحدث 6 إصابات، بينما النسبة العالمية إصابة واحدة لكل 8 حوادث؟!

المصدر، www.rt.gov.sa

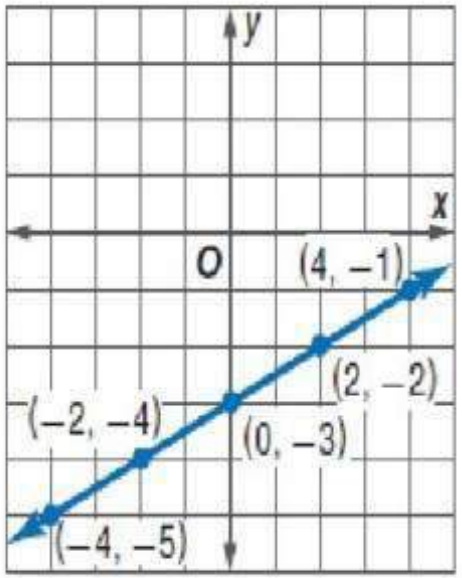
معادلات العلاقات والدوال: يمكنك تمثيل العلاقات والدوال بمعادلات، وقيم المتغيرين x , y في المعادلة هي مجموعة الأزواج المرتبة (x, y) التي تحقق المعادلة. ومن السهل في أغلب الأحيان تحديد إذا كانت المعادلة تمثل دالة من خلال تمثيلها البياني.

مثال 3 تمثيل العلاقة بيانيًّا

مثِّل المعادلة $y = \frac{1}{2}x - 3$ بيانيًّا، ثم حدِّد مجالها ومداها، وحدِّد ما إذا كانت تمثل دالة أم لا، وإذا كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا؟ ثم حدِّد ما إذا كانت منفصلة أم متصلة.

كوّن جدولًا لبعض القيم التي تحقق المعادلة، ثم مثّل المعادلة بيانيًّا.

x	y
−4	−5
−2	−4
0	−3
2	−2
4	−1



مجال هذه العلاقة ومداها هو مجموعة الأعداد الحقيقية، لأن أي عدد حقيقي يمكن أن يكون الإحداثي x لنقطة ما على المستقيم، كما أن أي عدد حقيقي أيضًا يمكن أن يكون الإحداثي y لنقطة ما على المستقيم.

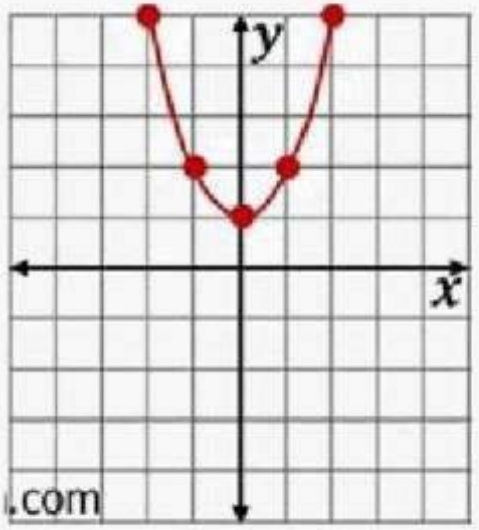
التمثيل البياني للعلاقة يحقق اختبار الخط الرأسي؛ لذا فإن المعادلة تمثل دالة؛ لأن كل قيمة لـ x ترتبط بقيمة واحدة فقط لـ y،

وحيث إن كل قيمة لـ y مرتبطة بقيمة واحدة فقط لـ x، لذا فالدالة متباينة.

وبما أن التمثيل البياني عبارة عن مستقيم متصل دون انقطاع، فالدالة متصلة.

تحقق من فهمك :-

3) مثل المعادلة $y = x^2 + 1$ بيانياً ، وحدد مجالها ومداها ، ثم حدد إذا كانت تمثل دالة أم لا ، وإذا كانت كذلك ، فهل هي متباينة أم لا ؟ ثم حدد إذا كانت منفصلة أم متصلة.



x	y
-2	5
-1	2
0	1
1	2
2	5

المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى = $\{ y \mid y \geq 1 \}$. وهي تمثل دالة ولكن ليست متباينة ، وهي متصلة.

إذا كانت المعادلة تمثل دالة، فإن المتغير من المجال (غالبًا ما يكون x)، يسمى **المتغير المستقل**. والمتغير الثاني (غالبًا ما يكون y)، يسمى **المتغير التابع** لأن قيمه تعتمد على قيم المتغير x.

المعادلات التي تمثل دوالّ تكتب عادة باستعمال **رمز الدالة**. فالمعادلة $y = 5x - 1$ يمكن كتابتها على الصورة $f(x) = 5x - 1$. وإذا أردنا إيجاد قيمة في المدى ترتبط بالعنصر -6 في مجال الدالة f، فإن هذه القيمة هي $f(-6)$ ويمكن إيجادها بالتعويض عن كل x في المعادلة بالعدد -6؛ لذا فإن $f(-6) = 5(-6) - 1 = -31$.

مثال 4 إيجاد قيمة الدالة

لتكن $f(x) = 2x^2 - 8$، أوجد قيمة كلٍّ مما يأتي:

a $f(6)$

الدالة الأصلية	$f(x) = 2x^2 - 8$
عوّض	$f(6) = 2(6)^2 - 8$
$6^2 = 36$	$= 2(36) - 8$
بسّط	$= 72 - 8 = 64$

b $f(2y)$

الدالة الأصلية	$f(x) = 2x^2 - 8$
عوّض	$f(2y) = 2(2y)^2 - 8$
$(2y)^2 = 2^2y^2$	$= 2(4y^2) - 8$
بسّط	$= 8y^2 - 8$

تحقق من فهمك :-

4) لتكن $g(x) = 0.5x^2 - 5x + 3.5$ ،أوجد قيمة كل مما يأتي:

4A) $g\,(2.8)$

$$\begin{aligned} g\,(2.8) &= 0.5(2.8)^2 - 5(2.8) + 3.5 \\ &= 0.5(7.84) - 5(2.8) + 3.5 \\ &= 3.92 - 14 + 3.5 \\ &= 3.92 - 14 + 3.5 \\ &= -6.58 \end{aligned}$$

4B) $g\,(4a)$

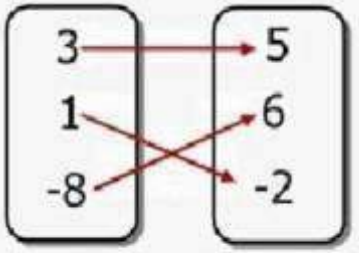
$$\begin{aligned} g\,(4a) &= 0.5(4a)^2 - 5(4a) + 3.5 \\ &= 0.5(16a^2) - 5(4a) + 3.5 \\ &= 8a^2 - 20a + 3.5 \end{aligned}$$

تـــأكـد :-

مثال 1

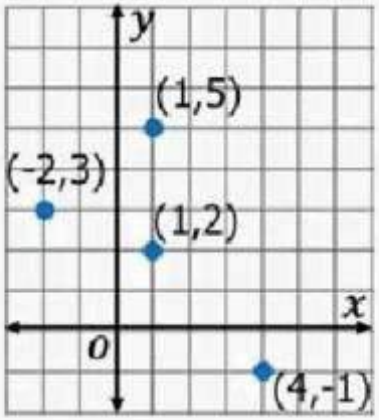
حدد كلاً من مجال ومدى كل علاقة فيما يأتي ثم حدد إذا كانت دالة أم لا، وإذا كانت كذلك فهل هي متباينة أم لا ؟

(1



المجال = {-8 , 1 , 3}
المدى = {-2 , 6 , 5}
العلاقة دالة ؛ وهي دالة متباينة.

(2



المجال = {-2 , 1 , 4}
المدى = {-1 , 2 , 3 , 5}
العلاقة ليست دالة.

(3

x	y
-2	-4
1	-4
4	-2
8	6

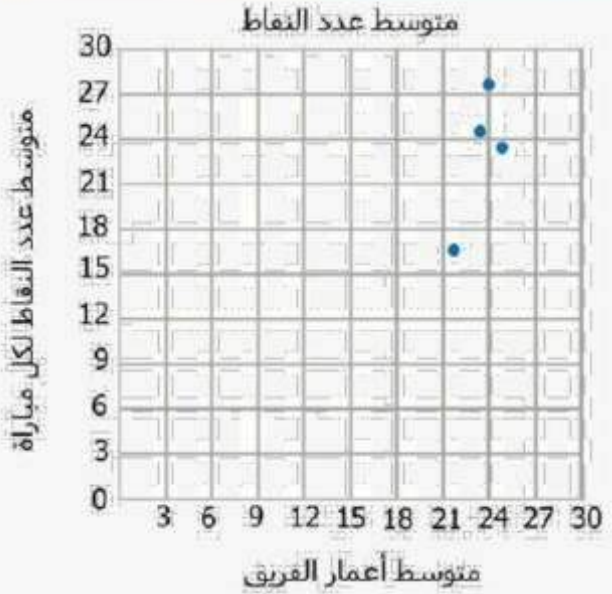
المجال = {-2 , 1 , 4 , 8}
المدى = {-4 , -2 , 6}
العلاقة دالة وهي ليست متباينة.

مثال 2

4) **كرة قدم:** يبين الجدول المجاور متوسط عدد الأهداف التي أحرزها فريق كرة قدم في مبارياته خلال 4 مواسم ومتوسط أعمار الفريق في كل موسم.

الموسم	متوسط أعمار الفريق	متوسط عدد الأهداف في المباراة الواحدة
1423–1424	22	16.2
1424–1425	23	24.1
1425–1426	24	27.2
1426–1427	25	23.5

a) مثّل البيانات الواردة في الجدول بيانيًّا، على أن يمثل المحور الأفقي متوسط أعمار الفريق، والمحور الرأسي متوسط عدد الأهداف في كل مباراة.



b) حدِّد كلًّا من المجال والمدى.

المجال = {22 , 23 , 24 , 25}

المدى = {16.2 , 24.1 , 27.2 , 23.5}

c) هل هذه العلاقة منفصلة أم متصلة ؟

علاقة منفصلة.

d) مثل هذه العلاقة بيانياً، وهل هي دالة أم لا ؟

نعم تمثل دالة.

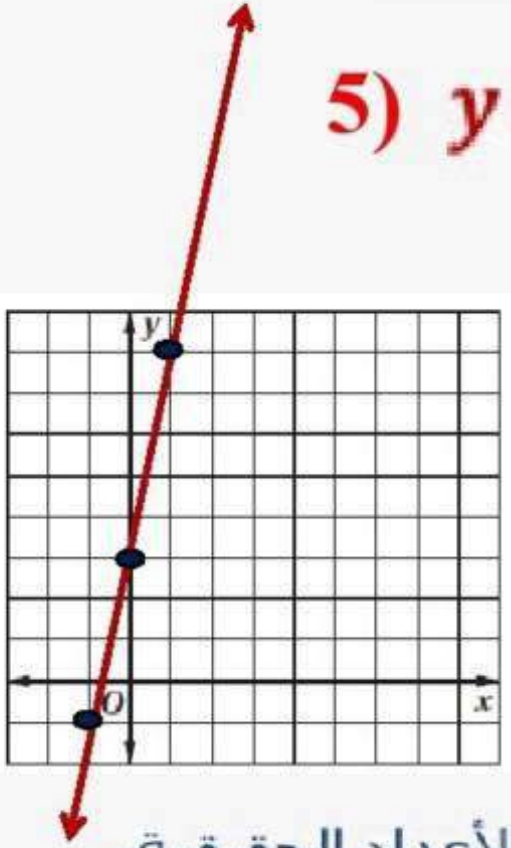
تـــأكـد :-

مثـال 3

مثل كل معادلة فيما يأتي بيانياً، ثم حدد مجالها، ومداها، وحدد إذا كانت تمثل دالة أم لا، وإن كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا ؟ ثم حدد إذا كانت منفصلة أم متصلة.

5) $y = 5x + 4$

x	y
-1	-1
0	4
1	9



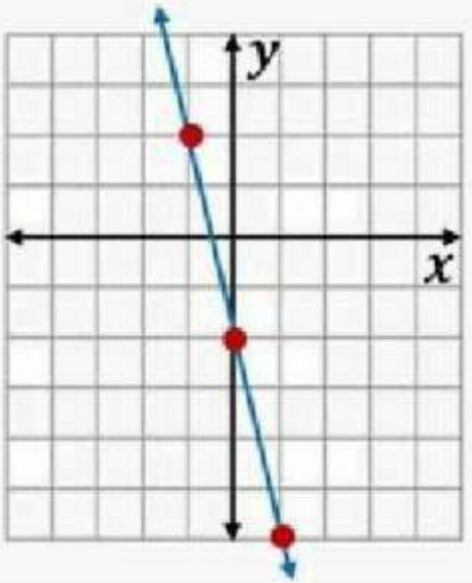
المجال = جميع الأعداد الحقيقية.
المدى = جميع الأعداد الحقيقية.
دالة ؛ متباينة ؛ متصلة

تـــأكـد :-

مثال 3

مثل كل معادلة فيما يأتي بيانياً، ثم حدد مجالها، ومداها، وحدد إذا كانت تمثل دالة أم لا، وإن كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا ؟ ثم حدد إذا كانت منفصلة أم متصلة.

6) $y = -4x - 2$



x	y
-1	2
0	-2
1	-6

المجال = جميع الأعداد الحقيقية.
المدى = جميع الأعداد الحقيقية.
دالة ؛ متباينة ؛ متصلة

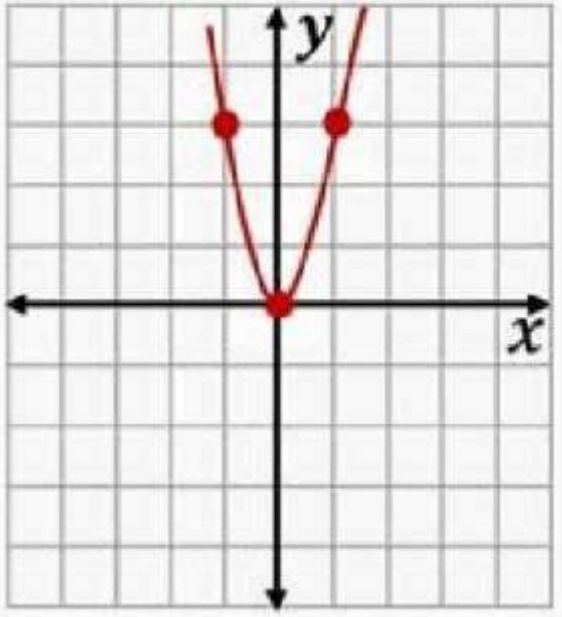
تـــأكـد :-

مثـال 3

مثل كل معادلة فيما يأتي بيانياً، ثم حدد مجالها، ومداها، وحدد إذا كانت تمثل دالة أم لا، وإن كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا ؟ ثم حدد إذا كانت منفصلة أم متصلة.

6) $y = 3x^2$

x	y
-1	3
0	0
1	3



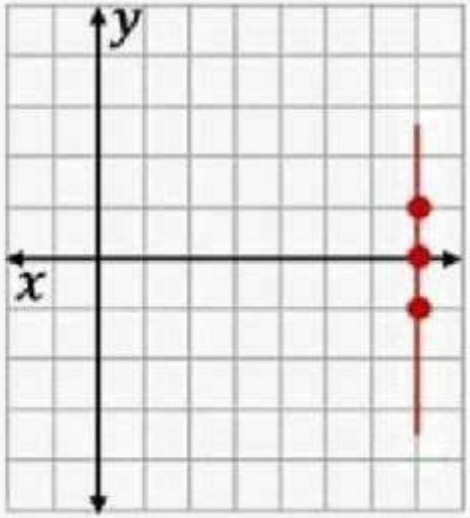
المجال = جميع الأعداد الحقيقية ؛
المدى = $\{ y | y \geq 0 \}$؛
دالة ؛ ليست متباينة ؛ متصلة

تـــأكـد :-

مثال 3

مثل كل معادلة فيما يأتي بيانياً، ثم حدد مجالها، ومداها، وحدد إذا كانت تمثل دالة أم لا، وإن كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا ؟ ثم حدد إذا كانت منفصلة أم متصلة.

$$6)\ x = 7$$



x	y
7	-1
7	0
7	1

المجال = { 7 }؛
المدى = جميع الأعداد الحقيقية ؛
ليست دالة

تـــأكـد :-

مثال 4 جد قيمة كل مما يأتي:

9) $f(x) = -4x - 8$ إذا كانت $f(-3)$

$$f(-3) = -4(-3) - 8$$

$$= 12 - 8$$

$$= 4$$

تـــأكـد :-

مثال 4 جد قيمة كل مما يأتي:

10) $g(5)$ إذا كانت $g(x) = -2x^2 - 4x + 1$

$$g(5) = -2(5)^2 - 4(5) + 1$$

$$= -2(25) - 20 + 1$$

$$= -50 - 20 + 1$$

$$= -69$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 1

حدد كلاً من مجال ومدى كل علاقة فيما يأتي، ثم حدد إذا كانت دالة أم لا، إذا كانت كذلك فهل هي متباينة أم لا ؟

11)

x	y
-0.3	-6
0.4	-3
1.2	-1

المجال = { 1.2 , 0.4 , -0.3}

المدى ={ -1 , - 4 , -6}

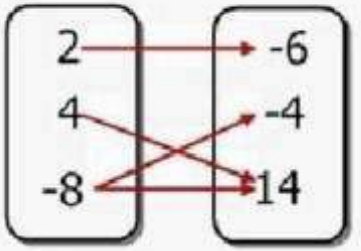
دالة متباينة

تدرب وحل المسائل :-

مثال 1

حدد كلاً من مجال ومدى كل علاقة فيما يأتي، ثم حدد إذا كانت دالة أم لا، إذا كانت كذلك فهل هي متباينة أم لا ؟

12)



المجال = {2 , 4 , -8}

المدى = {-6 , -4 , 14}

ليست دالة .

تدرب وحل المسائل :-

مثال 1

حدد كلاً من مجال ومدى كل علاقة فيما يأتي، ثم حدد إذا كانت دالة أم لا، إذا كانت كذلك فهل هي متباينة أم لا ؟

13) $\{(3 , -4) , (-1 , 0) , (3 , 0) , (5 , 3)\}$

المجال = $\{-1 , 3 , 5\}$

المدى = $\{-4 , 0 , 3\}$

ليست دالة

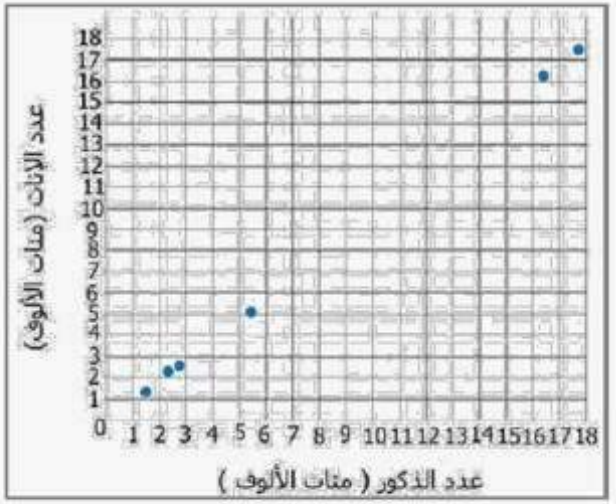
تدرب وحل المسائل :-

مثال 2

14) سكان: يبين الجدول المجاور عدد الذكور وعدد الإناث في 6 مناطق إدارية مختلفة في المملكة لعام 1429هـ.

المنطقة الإداريه	عدد الذكور	عدد الإناث
مكة المكرمه	1782178	1773382
الرياض	1625188	1627541
المدينه المنورة	543833	517258
حائل	216800	232883
تبوك	264656	243225
الجوف	145764	145969

a) مثل البيانات الواردة في الجدول بيانياً على أن يمثل المحور الأفقي عدد الذكور والمحور الرأسي عدد الإناث.



b) حدد كلاً من المجال والمدى.

المجال

= { 264656 , 145764 , 1625188 , 543833 , 216800 , 1782178}

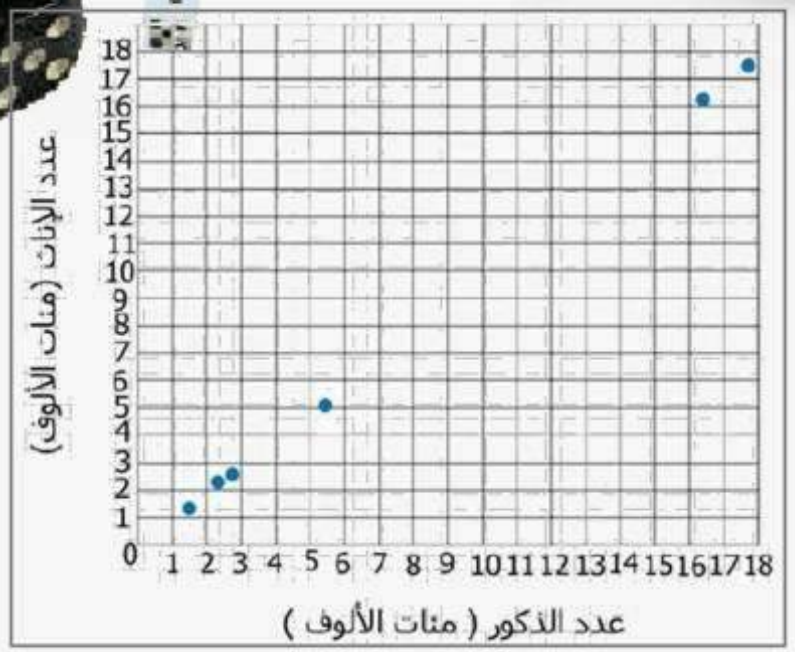
المدى

= {232883 , 243225 , 145969 , 1773382 , 1627541 , 517258}

c) هل العلاقة التي تمثل البيانات منفصلة أم متصلة ؟ منفصلة

d) هل تمثل العلاقة دالة أم لا ؟ وضح إجابتك . نعم ؛ لأن كل عنصر في المجال ارتبط بعنصر واحد فقط من المدى .

تـدرب وحـل المسائل :-



a) مثل البيانات الواردة في الجدول بيانياً على أن يمثل المحور الأفقي عدد الذكور والمحور الرأسي عدد الإناث.

b) حدد كلاً من المجال والمدى.

المجال

= { 264656 , 145764 , 1625188 , 543833 , 216800 , 1782178}

المدى

= {232883 , 243225 , 145969 , 1773382 , 1627541 , 517258}

c) هل العلاقة التي تمثل البيانات منفصلة أم متصلة ؟

منفصلة

d) هل تمثل العلاقة دالة أم لا ؟ وضح إجابتك .

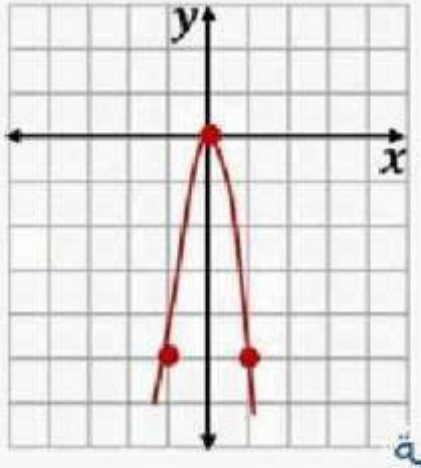
نعم ؛ لأن كل عنصر في المجال ارتبط بعنصر واحد فقط من المدى .

تدرب وحل المسائل :-

مثال 3

مثل كل معادلة فيما يأتي بيانياً، ثم حدد مجالها ومداها، وحدد إذا كانت تمثل دالة أم لا، وإذا كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا ؟ ثم حدد إذا كانت منفصلة أم متصلة .

15) $y = -5x^2$



x	y
-1	-5
0	0
1	-5

المجال = جميع الأعداد الحقيقية

المدى = $\{ y \mid y \leq 0 \}$

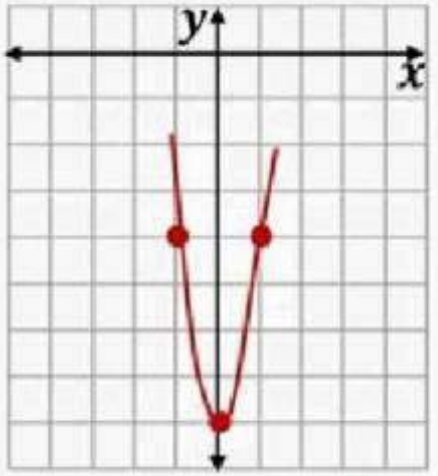
دالة؛ ليست متباينة ؛ متصلة

تدرب وحل المسائل :-

مثال 3

مثل كل معادلة فيما يأتي بيانياً، ثم حدد مجالها ومداها، وحدد إذا كانت تمثل دالة أم لا، وإذا كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا ؟ ثم حدد إذا كانت منفصلة أم متصلة .

16) $y = 4x^2 - 8$



x	y
-1	-4
0	-8
1	-4

المجال = جميع الأعداد الحقيقية

المدى = $\{ y \mid y \geq -8 \}$

دالة؛ ليست متباينة ؛ متصلة

تدرب وحل المسائل :-

مثال 4

جد قيمة كل مما يأتي:

17) $f(-8)$ إذا كانت $f(x) = 5x^3 + 1$

$$f(-8) = 5\,(-8)^3 + 1 = -2559$$

18) $f(2.5\ )$ إذا كانت $f(x) = 16x^2$

$$f(2.5\ ) = 16(2.5)^2 = 100$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 4

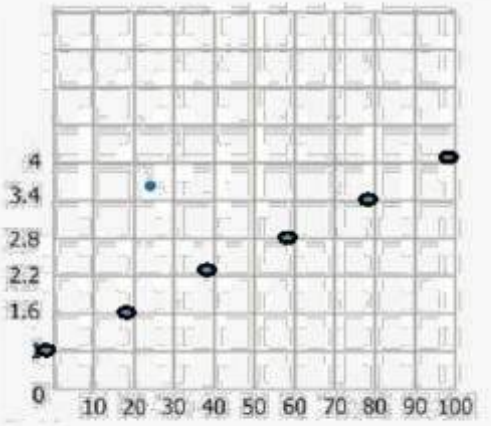
19 **غوص**: يبين الجدول المجاور مقدار الضغط الواقع على الغواص عند أعماق معينة تحت سطح الماء:

العمق(ft)	0	20	40	60	80	100
الضغط الجوي	1	1.6	2.2	2.8	3.4	4

a) مثل البيانات المعطاة في الجدول بأزواج مرتبة.

{(0,1) , (20,1.6) , (40,2.2) , (60,2.8) , (80,3.4) , (100,4)}

b) مثل العلاقة بيانياً.



c) حدد كلاً من مجال العلاقة ومداها، وهل هي منفصلة أم متصلة؟

المجال = {0 , 20 , 40 , 60 , 80 , 100}

المدى = {1 , 1.6 , 2.2 , 2.8 , 3.4 , 4} ؛ منفصلة

d) هل هذه العلاقة دالة أم لا ؟ وضح إجابتك. نعم دالة

إذا كانت $h(x) = -4x^2 - 2x + 5$, $g(x) = -2x^2$,

$f(x) = 3x + 2$، فجد قيمة كل مما يأتي:

تدرب وحل المسائل :-

مثال 4

إذا كانت $h(x) = -4x^2 - 2x + 5$, $g(x) = -2x^2$,

$f(x) = 3x + 2$، فجد قيمة كل مما يأتي:

20) $g(-6)$

$g(-6) = -2(-6)^2$

$g(-6) = -72$

21) $h(3)$

$h(3) = -4(3)^2 - 2(3) + 5$

$h(3) = -36 - 6 + 5$

$h(3) = -37$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 4

إذا كانت $h(x) = -4x^2 - 2x + 5$, $g(x) = -2x^2$,

$f(x) = 3x + 2$، فجد قيمة كل مما يأتي:

22) $h(8)$

$h(8) = -4(8)^2 - 2(8) + 5$

$h(8) = -256 - 16 + 5$

$h(8) = -267$

23) $f(\frac{2}{3})$

$f(\frac{2}{3}) = 3(\frac{2}{3}) + 2$

$f(\frac{2}{3}) = 4$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 4

إذا كانت $h(x) = -4x^2 - 2x + 5$, $g(x) = -2x^2$,

$f(x) = 3x + 2$، فجد قيمة كل مما يأتي:

24) $g(\frac{3}{2})$

$g(\frac{3}{2}) = -2(\frac{3}{2})^2$

$g(\frac{3}{2}) = -(\frac{9}{2})$

25) $h(\frac{1}{5})$

$h(\frac{1}{5}) = -4(\frac{1}{5})^2 - 2(\frac{1}{5}) + 5$

$h(\frac{1}{5}) = -\frac{4}{25} - \frac{2}{5} + 5$

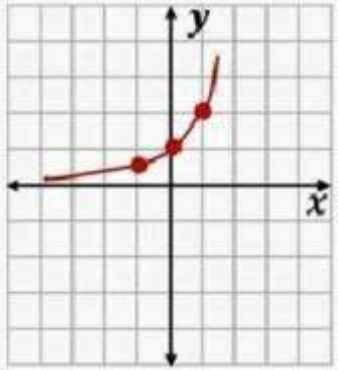
$h(\frac{1}{5}) = \frac{111}{25}$

تدرب وحل المسائل :-

26 **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذا السؤال الدوال المتباينة.

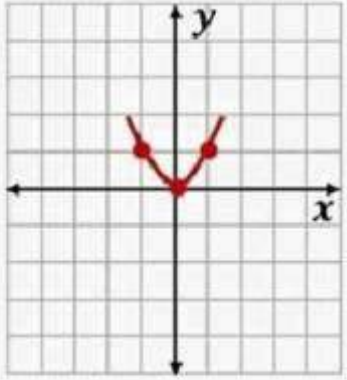
a) بيانياً: مثل كل دالة مما يأتي بيانياً:

$$g(x) = 2^x$$



x	y
-1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2

$$f(x) = x^2$$



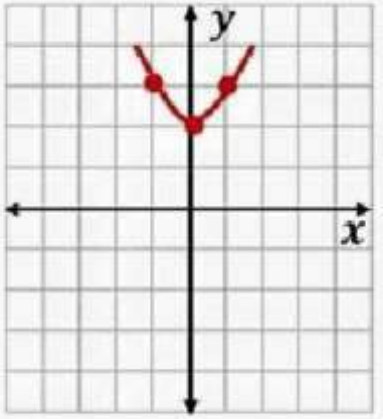
x	y
-1	1
0	0
1	1

تدرب وحل المسائل :-

26 **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذا السؤال الدوال المتباينة.

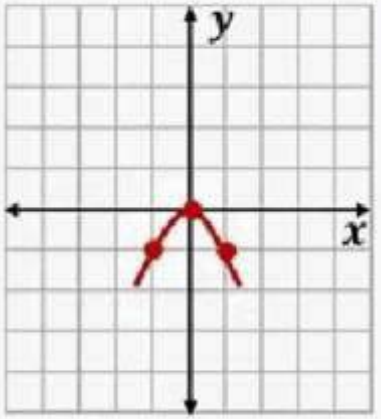
a) بيانياً: مثل كل دالة مما يأتي بيانياً:

$$j(x) = x^2 + 2$$



x	y
-1	3
0	2
1	3

$$h(x) = -x^2$$



x	y
-1	-1
0	0
1	-1

تدرب وحل المسائل :-

26 **تمثيلات متعددة**: ستكتشف في هذا السؤال الدوال المتباينة.

b) جدولياً: استعمل التمثيلات البيانية في الفرع **a** لعمل جدول يبين عدد المرات الممكن أن يقطع فيها خط أفقي التمثيل البياني لكل دالة مما سبق.

الدالة	عدد المرات الممكنة
$f(x) = x^2$	0 , 1 , 2
$g(x) = 2^x$	0 ,1
$h(x) = -x^2$	0 , 1 ,2
$j(x) = x^2 + 2$	0 , 1 ,2

c) تحليلياً: حتى تكون الدالة متباينة يجب ألا يقطع أي خط أفقي تمثيلها البياني في أكثر من نقطة واحدة أي الدوال السابقة تحقق هذا الشرط وأيهما لا تحققه ؟

$g(x)$ متباينة بينما الدوال $j(x)$, $h(x)$, $f(x)$ غير متباينة

d) جدولياً: كون جدولاً، وصنف فيه الدوال السابقة إلى متباينة أو غير متباينة ؟

الدالة	متباينة
$f(x) = x^2$	لا
$g(x) = 2x$	نعم
$h(x) = -x^2$	لا
$j(x) = x^2 + 2$	لا

تدرب وحل المسائل :-

27) يملك فهد 800 ريال، فإذا قرر أن يضيف إلى المبلغ 200 ريال شهرياً، فإن الدالة $p\,(t) = 800 + 200t$ ؛ تمثل مقدار ما معه من نقود $p(t)$ بعد t شهر .
فكم يكون معه بعد 8 أشهر ؟

$$p\,(8) = 800 + 200(8)$$

$$= 2400 \text{ ريالاً}$$

الفهرس

الفصل الأول
١-٣ دوال خاصة

Special Functions

فيما سبق:
درستُ حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.
(مهارة سابقة)

والآن:
- أكتب الدوال المتعددة التعريف وأمثلها بيانيًا.
- أكتب الدوال الدرجية ودوال القيمة المطلقة وأمثلها بيانيًا.

المفردات:
الدالة المتعددة التعريف
piecewise-defined function
الدالة المتعددة التعريف الخطية
piecewise-linear function
الدالة الدرجية
step function
دالة أكبر عدد صحيح
greatest integer function
دالة القيمة المطلقة
absolute value function

لماذا؟

السمنة حالة مرضية يمكن تعريفها طبيًا أنها زيادة الدهون في الجسم، وتنتج السمنة عن أخذ مقدار طاقة أكبر من حاجة الجسم دون استهلاكها.
ويبين الجدول المجاور نسب المصابات بالسمنة لفئات عمرية مختلفة في المملكة.

نسب المصابات بالسمنة في المملكة حسب الفئة العمرية

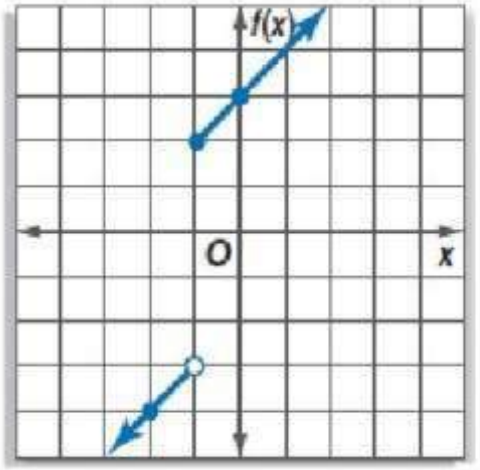
من	إلى	النسبة
15	24	19%
25	34	38%
35	44	53%
45	54	58%
55	64	49%

الدالة المتعددة التعريف: الدالة التي تربط بين العمر ونسبة المصابات بالسمنة ليست خطية؛ لأن كل فترة من مجال الدالة معرّفة بعبارة مختلفة، فالدالة التي تكتب باستعمال عبارتين أو أكثر تسمى **دالة متعددة التعريف**.
وعند تمثيل الدالة المتعددة التعريف بيانيًا توضع دائرة صغيرة مظلّلة عند الطرف لتشير إلى أن النقطة تنتمي إلى التمثيل البياني، وتوضع دائرة غير مظلّلة لتشير إلى أن النقطة لا تنتمي إلى التمثيل البياني.

الفصل الأول
١-٣ دوال خـاصـة

مثال 1 تمثيل الدالة متعددة التعريف

مثّل الدالة $f(x)=\begin{cases} x-2 & , \quad x<-1 \\ x+3 & , \quad x\geq -1 \end{cases}$ بيانيًّا.
ثم حدّد كلًّا من مجالها ومداها.



الخطوة 1: مثّل $f(x)=x-2$ بيانيًّا عندما $x<-1$.
احسب قيمة المقدار $x-2$ عندما $x=-1$، وعند قيمة أخرى لِـ x أقل من -1 ولتكن -2

$$f(x)=x-2 \qquad f(x)=x-2$$
$$f(-1)=(-1)-2=-3 \qquad f(-2)=(-2)-2=-4$$

حدّد النقطتين $(-2,-4)$, $(-1,-3)$ وصل بينهما بنصف مستقيم
وبما أن العدد -1 لا يحقق المتباينة لذا نبدأ بدائرة غير مظللة عند النقطة $(-1,-3)$.

الخطوة 2: مثّل $f(x)=x+3$ بيانيًّا عندما $x\geq -1$.

احسب قيمة المقدار $x+3$ عندما $x=-1$، وعند قيمة أخرى لِـ x أكبر من أو تساوي -1 ولتكن 0

$$f(x)=x+3 \qquad f(x)=x+3$$
$$f(-1)=(-1)+3=2 \qquad f(0)=(0)+3=3$$

حدّد النقطتين $(0,3)$, $(-1,2)$ وصل بينهما بنصف مستقيم.
وبما أن العدد -1 يحقق المتباينة، لذا نبدأ بدائرة مظلّلة عند النقطة $(-1,2)$.
وبما أن الدالة معرّفة عند جميع قيم x، لذا فالمجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية.
قيم $f(x)$ للأزواج المرتبة في التمثيل البياني للدالة هي جميع الأعداد الحقيقية الأقل من -3 وكل الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 2، لذا فإن المدى هو $\{f(x) \mid f(x)<-3$ أو $f(x)\geq 2\}$

الفصل الأول
١-٣ دوال خـاصـة

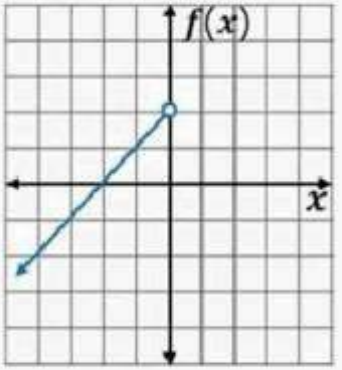
تحقق من فهمك :-

1) مثل الدالة $f(x) = \begin{cases} x+2 & , x < 0 \\ x & , x \geq 0 \end{cases}$ بيانياً.

ثم حدد كلاً من مجالها ومداها.

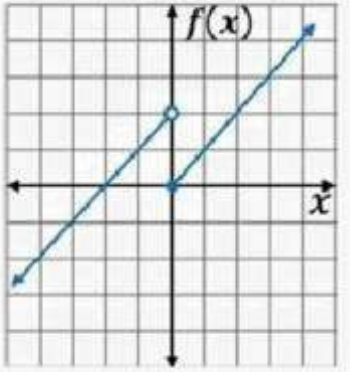
الخطوة 1: مثل $f(x) = x + 2$ بيانياً عندما $x < 0$.

x	y
0	2
-1	1
-2	0



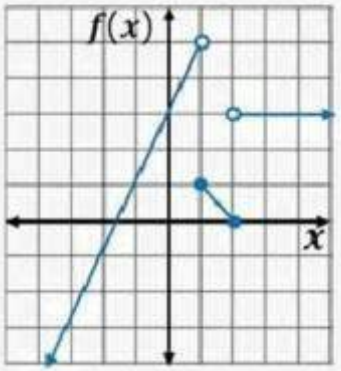
الخطوة 2: مثل $f(x) = x$ بيانياً عندما $x \geq 0$.

x	y
0	0
1	1
2	2

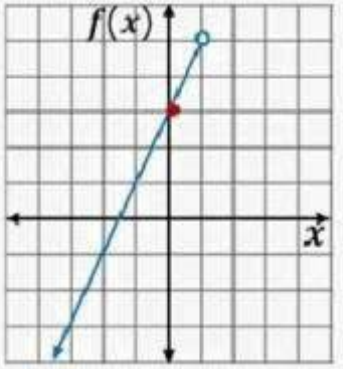


المجال و المدى : جميع الأعداد الحقيقية.

2) اكتب الدالة المتعددة التعريف التي لها التمثيل البياني المجاور.



الخطوة 1: نوجد معادلة الجزء الأيسر.



$$f(x) = \begin{cases} 2x+3 \ , & x < 1 \\ ? \\ ? \end{cases}$$

$y_1 = 5 \ ، \ x_1 = 1 \ ، \ (1 , 5)$

$y_2 = 3 \ ، \ x_2 = 0 \ ، \ (0 , 3)$

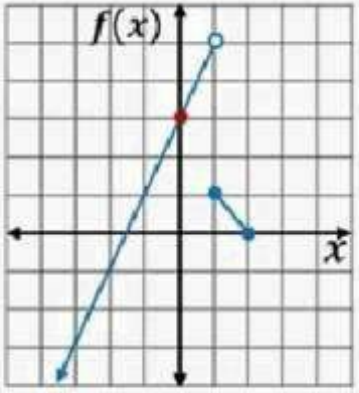
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-5}{0-1} = 2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = 2(x - 0)$$

$x < 1$ ، $y = 2x + 3$

الخطوة 2: نوجد معادلة الجزء الأوسط.



$y_1 = 1 \ ، \ x_1 = 1 \ ، \ (1 , 1)$

$y_2 = 0 \ ، \ x_2 = 2 \ ، \ (2 , 0)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-1}{2-1} = -1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

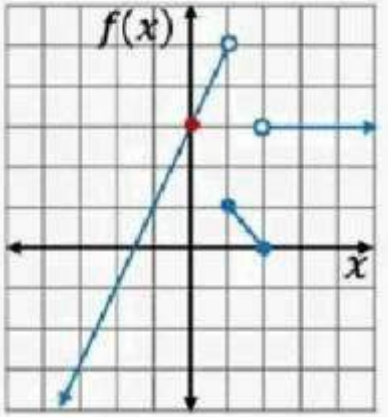
$$y - 1 = -1\,(x - 1)$$

$1 \le x \le 2$ ، $y = -x + 2$

الفصل الأول
١-٣ دوال خـاصـة

$$f(x)=\begin{cases}2x+3 & , x<1\\ -x+2 & , 1\le x\le 2\\ ? & \end{cases}$$

الخطوة 3: نوجد معادلة الجزء الأيمن.



$y_1 = 3 \ ، \ x_1 = 2 \ ، \ (2 , 3)$

$y_2 = 3 \ ، \ x_2 = 3 \ ، \ (3 , 3)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-3}{3-2}=0$$

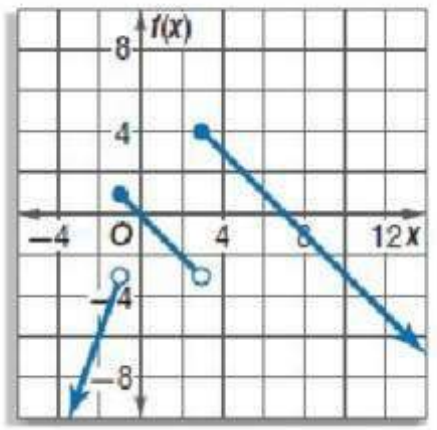
$$y-y_1=m(x-x_1)$$

$$y-3=0\,(x-2)$$

$x > 2 \ ، \ y = 3$

$$f(x)=\begin{cases}2x+3 & , x<1\\ -x+2 & , 1\le x\le 2\\ 3 & , x>2\end{cases}$$

تحقق من فهمك :-



2) اكتب الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانيًّا في الشكل المجاور.

اكتب الدالة التي تمثل كل جزء في التمثيل البياني

الجزء الأيسر يمر بالنقطتين (-2,-6) , (-1,-3)

يكون ميله $\frac{-6-(-3)}{-2-(-1)}=3$

وتكون معادلته $f(x)-(-3)=x+1$ $x<-1$ $f(x)=x-2$

الجزء الأوسط يمر بالنقطتين (0,0) , (-1,1)

يكون ميله $\frac{1-0}{-1-0}=-1$ وتكون معادلته $f(x)-0=x-0$ $-1\leq x<3$ $f(x)=x$

الجزء الأيمن يمر بالنقطتين (7,0) , (3,4)

يكون ميله $\frac{0-4}{7-3}=-1$ وتكون معادلته $f(x)-0=x-7$ $x\leq 3$ $f(x)=x-7$

$$f(x)=\begin{cases} x-2 & x<-1 \\ x & -1\leq x<3 \\ x-7 & x\leq 3 \end{cases}$$

الدالة الدرجية

الدالة الدرجية: من الدوال المتعددة التعريف الخطية الشهيرة الدالة الدرجية التي تتكون من قطع مستقيمة أفقية، وقد سُميت بهذا الاسم لأن تمثيلها البياني يشبه الدرج، كما أن دالة أكبر عدد صحيح التي تكتب على الصورة $f(x) = [x]$، هي مثال على الدالة الدرجية؛ حيث يعني الرمز $[x]$ أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي x. فعلى سبيل المثال: $[3.25] = 3$ وكذلك $[-4.6] = -5$.

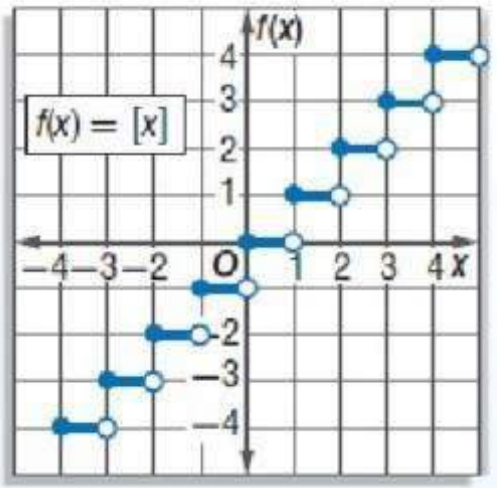
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

دالة أكبر عدد صحيح

الدالة الرئيسة (الأم): $f(x) = [x]$، وتُعرّف على النحو التالي:

$$f(x) = \begin{cases} \vdots & \\ -1 & -1 \le x < 0 \\ 0 & 0 \le x < 1 \\ 1 & 1 \le x < 2 \\ 2 & 2 \le x < 3 \\ \vdots & \end{cases}$$



شكل التمثيل البياني: قطع مستقيمة أفقية.

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الصحيحة

المقطعان: $f(x) = 0$ حيث $0 \le x < 1$ ، $x = 0$

الدالة الدرجية

مثال 3 من واقع الحياة — استعمال الدالة الدرجية

عقار: يتقاضى مجمع للشقق المفروشة 300 ريال مقابل تأجير الشقة ليوم واحد أو جزء منه، و250 ريالًا مقابل تأجير الشقة ذاتها لأي يوم إضافي أو جزء منه. اكتب الدالة التي تمثل هذا الموقف ومثلها بيانيًا.

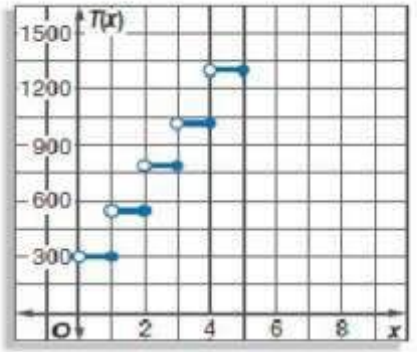
افهم: **المعطيات:** أجرة الشقة لليوم الأول أو لجزء منه هي 300 ريال، وأجرة أي يوم إضافي أو جزء منه بعد اليوم الأول 250 ريالًا.

المطلوب: كتابة الدالة التي تمثل الموقف، وتمثيلها بيانيًا.

خطط: كوّن جدولًا يمثل الموقف؛ لتكتشف النمط، وتكتب الدالة وتمثلها بيانيًا.

حل: إذا كان زمن التأجير أكبر من 0 يوم وأقل من أو يساوي يومًا، فإن الأجرة هي 300 ريال. وإذا كان الزمن أكبر من يوم وأقل من أو يساوي يومين فإن الأجرة هي 550 ريالًا وهكذا، لذا استعمل نمط الزمن مع الأجرة لعمل الجدول التالي، حيث x هي عدد أيام تأجير الشقة. و $T(x)$ هي أجرة الشقة، ثم مثّله بيانيًا.

x	$0 < x \le 1$	$1 < x \le 2$	$2 < x \le 3$	$3 < x \le 4$	$4 < x \le 5$
$T(x)$	300 ريال	550 ريالًا	800 ريال	1050 ريالًا	1300 ريال



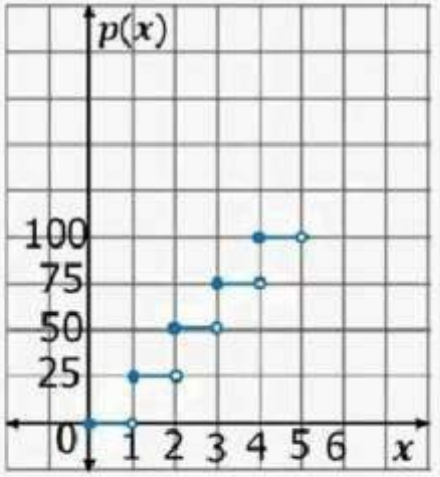
وعليه فإن الدالة المطلوبة وتمثيلها البياني يكونان كما يلي:

$$T(x) = \begin{cases} 300 & 0 < x \le 1 \\ 550 & 1 < x \le 2 \\ 800 & 2 < x \le 3 \\ 1050 & 3 < x \le 4 \\ 1300 & 4 < x \le 5 \\ \vdots & \end{cases}$$

تحقق: بما أن المجمع يحوّل أي كسر للعدد الصحيح التالي، فإن كل قطعة مستقيمة ستحتوي على دائرة غير مظلّلة عن يسارها، وأخرى مظلّلة عن يمينها كما في الشكل.

تحقق من فهمك :-

3) **إعادة تدوير الورق:** تدفع شركة لإعادة تدوير الورق 25 ريالاً عن كل صندوق من الورق يتم إحضاره للشركة ولا تدفع أي شيء مقابل أي صندوق غير ممتلئ بالكامل. مثل بيانياً المبلغ $p(x)$ الذي تدفعه الشركة لعدد الصناديق x التي تم إحضارها لتدويرها.



$p(x)$	الفترة(x)
0ريال	$0 \le x < 1$
25 ريال	$1 \le x < 2$
50ريال	$2 \le x < 3$
75 ريالاً	$3 \le x < 4$
100 ريال	$4 \le x < 5$

دالة القيمة المطلقة:-

وهناك نوع آخر من الدوال المتعددة التعريف يسمى **دالة القيمة المطلقة** وهي الدالة التي تحتوي على عبارة جبرية يستعمل فيها رمز القيمة المطلقة.

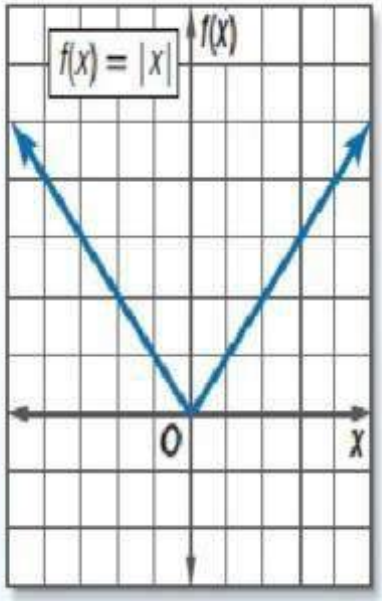
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

دالة القيمة المطلقة

الدالة الرئيسة (الأم): $f(x) = |x|$، وتُعرَّف على النحو الآتي:

$$f(x) = \begin{cases} x & , \ x > 0 \\ 0 & , \ x = 0 \\ -x & , \ x < 0 \end{cases}$$



شكل التمثيل البياني: على شكل حرف V

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة

المقطعان: $x = 0, f(x) = 0$

ولايمكن أن تكون: $f(x) < 0$

الربط مع الحياة

تقدر المخلفات الورقية في السعودية بـ 1.5 مليون طن سنويًا، يستغل منها في عمليات التدوير 700 ألف طن فقط.

المصدر: جريدة الاقتصادية/ العدد 6081، عام 1431هـ

دالة القيمة المطلقة:-

مثال 4 دالة القيمة المطلقة

مثّل الدالة $f(x) = |2x| - 4$ بيانيًّا، ثم حدِّد كلًّا من مجالها ومداها.

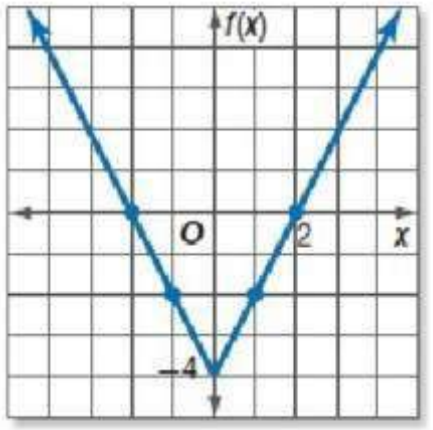
1) اجعل ما بداخل القيمة المطلقة يساوي الصفر، أي $2x = 0$ أو $x = 0$

2) كوّن جدولًا للقيم، يحوي قيمًا لِـ x أكبر من 0 وقيمًا أصغر من 0

x	$\|2x\| - 4$
−2	0
−1	−2
0	−4
1	−2
2	0

3) مثّل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي.

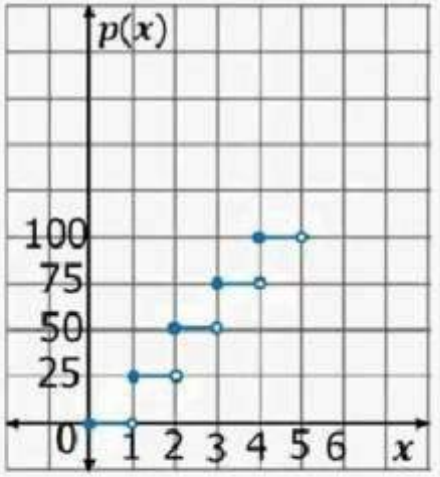
4) صل بين النقاط.



المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية، والمدى هو $\{f(x) \mid f(x) \geq -4\}$.

تحقق من فهمك :-

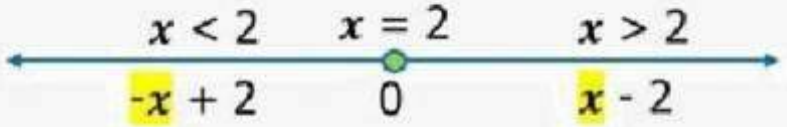
3) **إعادة تدوير الورق:** تدفع شركة لإعادة تدوير الورق 25 ريالاً عن كل صندوق من الورق يتم إحضاره للشركة ولا تدفع أي شيء مقابل أي صندوق غير ممتلئ بالكامل. مثل بيانياً المبلغ $p(x)$ الذي تدفعه الشركة لعدد الصناديق x التي تم إحضارها لتدويرها.



$p(x)$	الفترة(x)
0ريال	$0 \le x < 1$
25 ريال	$1 \le x < 2$
50ريال	$2 \le x < 3$
75 ريالاً	$3 \le x < 4$
100 ريال	$4 \le x < 5$

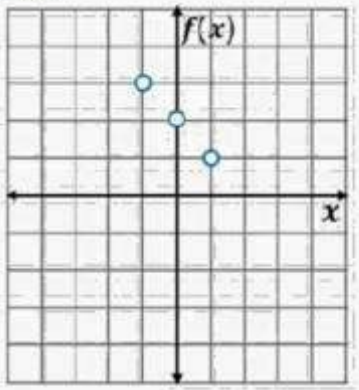
تحقق من فهمك :-

4A) مثل الدالة $f(x) = |x - 2|$ بيانياً ، ثم حدد كلاً من مجالها ومداها.



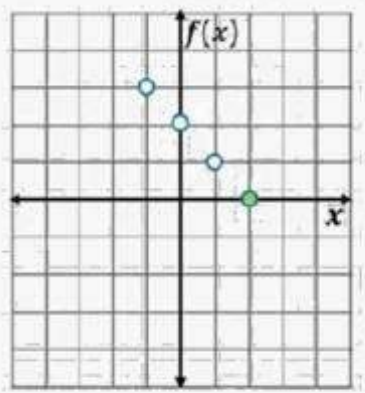
الخطوة 1: نمثل الجزء الأيسر.

-1	0	1	x
3	2	1	$-x + 2$



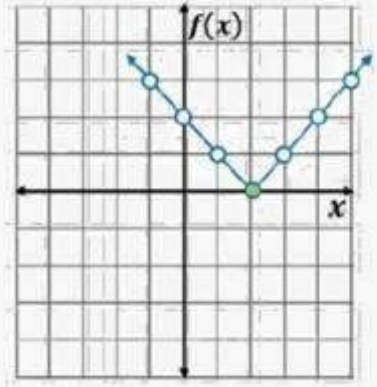
الخطوة 2: نمثل الجزء الأوسط.

2	x
0	$f(x)$



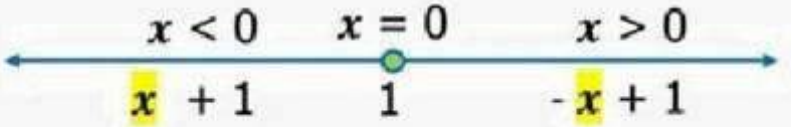
الخطوة 3: نمثل الجزء الأيمن.

5	4	3	x
3	2	1	$x - 2$



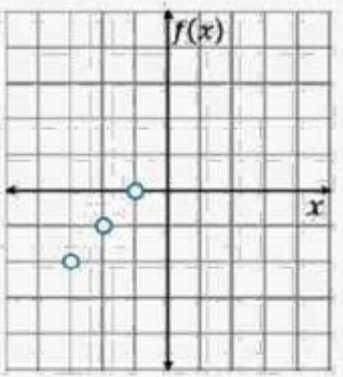
المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية، و**المدى** هو $\{ f(x) \mid f(x) \geq 0 \}$

4B) مثل الدالة $f(x) = -|x| + 1$ بيانياً ، ثم حدد كلاً من مجالها ومداها.



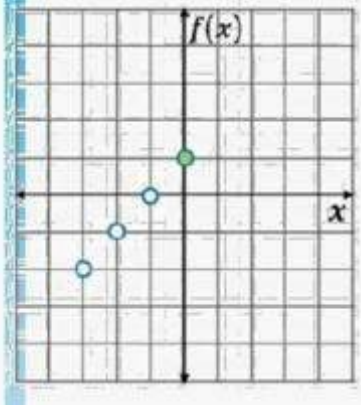
الخطوة 1: نمثل الجزء الأيسر.

x	-1	-2	-3
$x + 1$	0	-1	-2



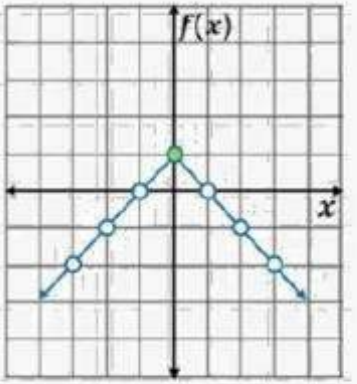
الخطوة 2: نمثل الجزء الأوسط.

x	0
$f(x)$	1



الخطوة 3: نمثل الجزء الأيمن.

x	1	2	3
$-x + 1$	0	-1	-2



المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية، و**المدى** هو

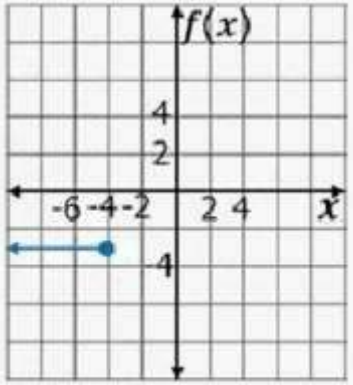
$\{ f(x) \mid f(x) \leq 1 \}$

تـــأكـد :-

مثال 1

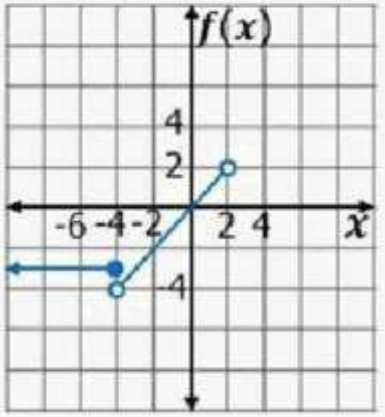
مثل كل دالة مما يأتي بيانياً،ثم حدد كلاً من مجالها ومداها:

$$f(x) = \begin{cases} -3 \ , \ x \le -4 \\ x \ , -4 < x < 2 \\ -x + 6 \ , \ x \ge 2 \end{cases} \quad (1$$



x	y
-4	-3
-5	-3
-6	-3

الخطوة 1: مثل $f(x) = -3$ بيانياً عندما $x \le -4$.

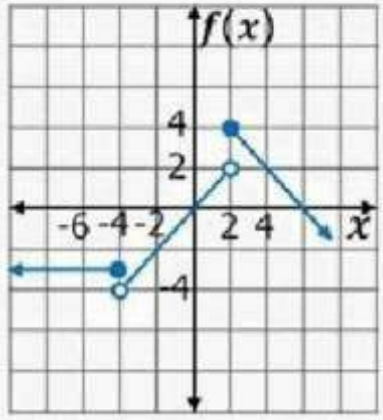


x	y
1	1
0	0
-1	-1
-2	-2
-3	-3

الخطوة 2: مثل $f(x) = x$ بيانياً عندما $-4 < x < 2$.

الخطوة 3: مثل $f(x) = -x + 6$ بيانياً عندما $x \ge 2$.

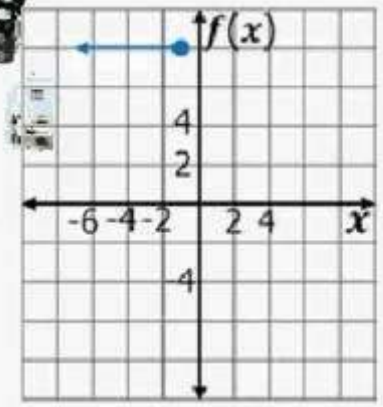
المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية.
المدى هو $\{ f(x) \mid f(x) \le 4 \}$.



x	y
2	4
3	3
4	2

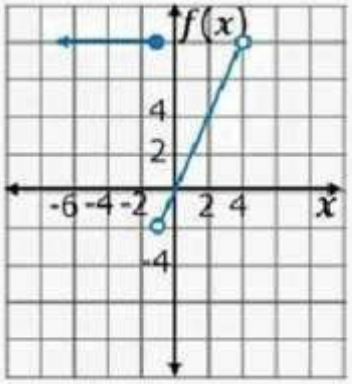
$$f(x) = \begin{cases} 8 \ , \ x \le -1 \\ 2x \ , \ -1 < x < 4 \\ -4 - x \ , \ x \ge 4 \end{cases} \quad (2$$

الخطوة 1: مثل $f(x) = 8$ بيانياً عندما $x \le -1$.



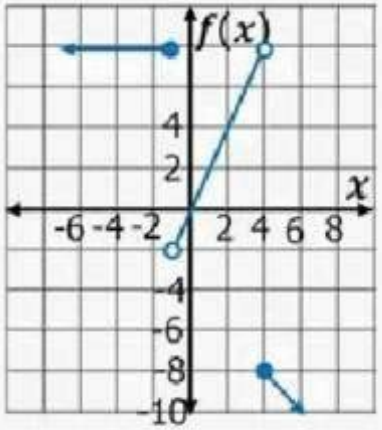
x	y
-1	8
-2	8
-3	8

الخطوة 2: مثل $f(x) = 2x$ بيانياً عندما $-1 < x < 4$.



x	y
-1	-2
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8

الخطوة 3: مثل $f(x) = -4 - x$ بيانياً عندما $x \ge 4$.



x	y
4	-8
5	-9
6	-10

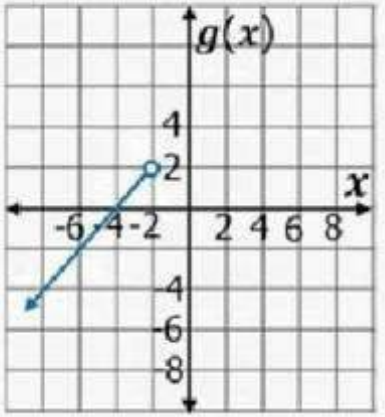
المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية.

المدى هو $\{y \mid y \le -8 \quad \vee \quad 8 \ge y > -2\}$

مثال 2

أكتب الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانيا في كل مما يأتي:

3)



الخطوة 1: نوجد معادلة الجزء الأيسر.

$y_1 = 2 \ ، \ x_1 = -2 \ ، \ (-2 , 2)$

$y_2 = 0 \ ، \ x_2 = -4 \ ، \ (-4 , 0)$

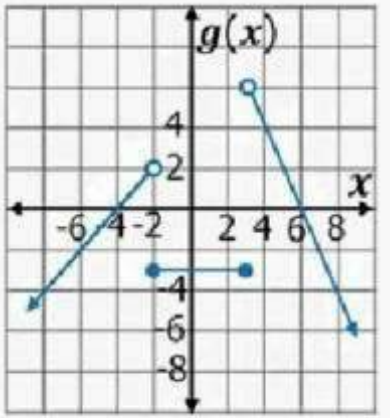
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-2}{-4+2} = 1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = 1(x + 2)$$

$x < -2 \ ، \ y = x + 4$

$$g(x) = \begin{cases} x + 4 \ , \ x < -2 \\ ? \\ ? \end{cases}$$



الخطوة 2: نوجد معادلة الجزء الأوسط.

$y_1 = -3 \ ، \ x_1 = -2 \ ، \ (-2 , -3)$

$y_2 = -3 \ ، \ x_2 = 3 \ ، \ (3 , -3)$

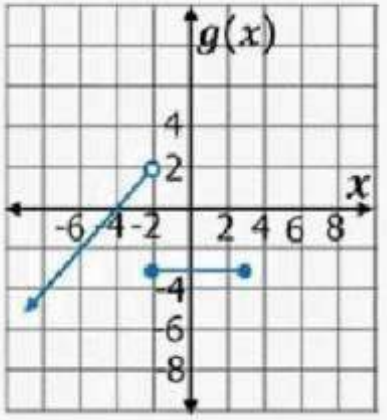
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3+3}{3+2} = 0$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

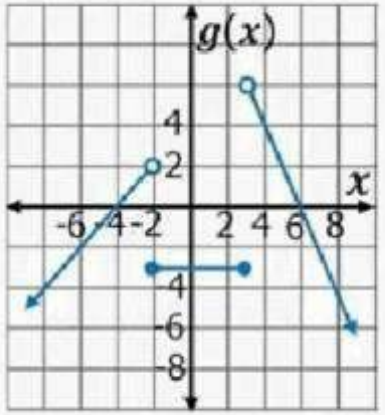
$$y + 3 = 0\ (x + 2)$$

$-2 \le x \le 3 \ ، \ y = -3$

$$g(x) = \begin{cases} x + 4 \ , \ x < -2 \\ -3 \ , -2 \le x \le 3 \\ ? \end{cases}$$



الخطوة 3: نوجد معادلة الجزء الأيمن.



$y_1 = 6 \text{ ، } x_1 = 3 \text{ ، } (3, 6)$

$y_2 = 0 \text{ ، } x_2 = 6 \text{ ، } (6, 0)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-6}{6-3} = -2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 6 = -2\,(x - 3)$$

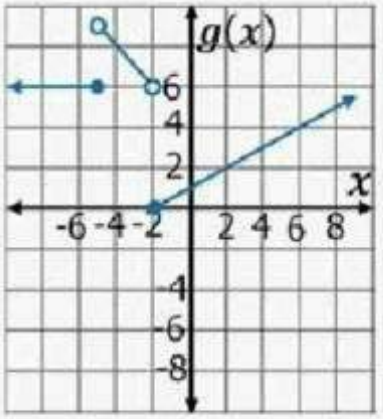
$x > 3$ ، $y = -2x + 12$

$$g(x) = \begin{cases} x + 4\,, & x < -2 \\ -3\,, & -2 \le x \le 3 \\ -2x + 12\,, & x > 3 \end{cases}$$

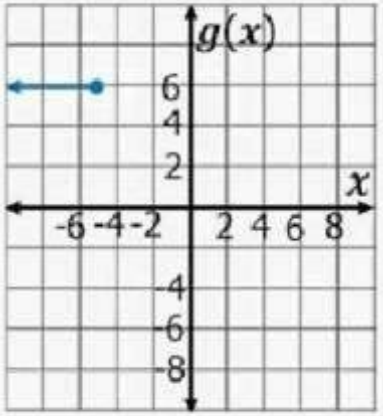
مثال 2

أكتب الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانيا في كل مما يأتي:

(4



الخطوة 1: نوجد معادلة الجزء الأيسر.



$y_1 = 6 \ ، \ x_1 = -5 \ ، \ (-5 , 6)$

$y_2 = 6 \ ، \ x_2 = -6 \ ، \ (-6 , 6)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-6}{-6+5} = 0$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

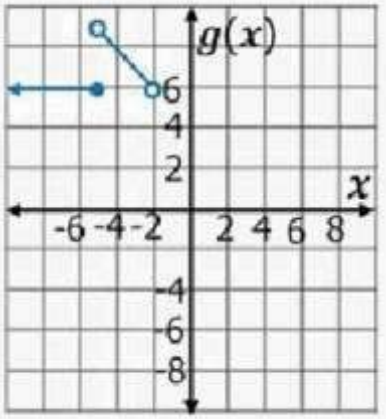
$$y - 6 = 0(x + 5)$$

$x \leq -5 \ ، \ y = 6$

$$g(x) = \begin{cases} 6 \ , \ x \leq -5 \\ ? \\ ? \end{cases}$$

الخطوة 2: نوجد معادلة الجزء الأوسط.

$$g(x) = \begin{cases} 6 \ , \ x \le -5 \\ -x + 4 \ , -5 < x < -2 \end{cases}$$



$y_1 = 6$ ، $x_1 = -2$ ، $(-2 , 6)$

$y_2 = 9$ ، $x_2 = -5$ ، $(-5 , 9)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9-6}{-5+2} = -1$$

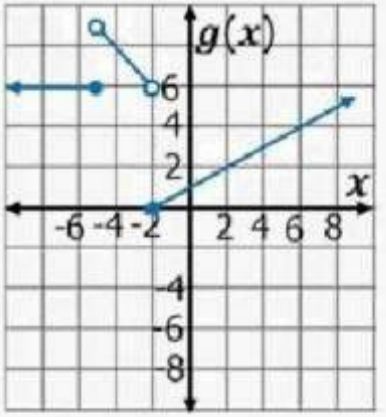
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 6 = -1\,(x + 2)$$

$-2 \le x \le 3$ ، $y = -3$

الخطوة 3: نوجد معادلة الجزء الأيمن.

$$g(x) = \begin{cases} 6 \ , \ x \le -5 \\ -x + 4 \ , -5 < x < -2 \\ \frac{1}{2}x + 1 \ , \ x \ge -2 \end{cases}$$



$y_1 = 0$ ، $x_1 = -2$ ، $(-2 , 0)$

$y_2 = 2$ ، $x_2 = 2$ ، $(2 , 2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-0}{2+2} = \frac{1}{2}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

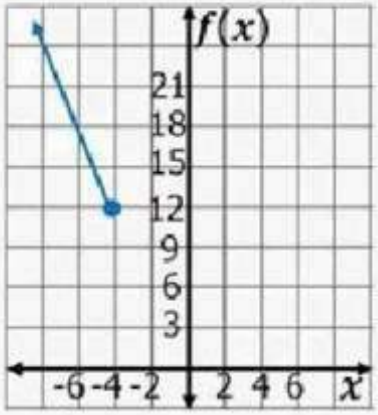
$$y - 0 = \frac{1}{2}(x + 2)$$

$x \ge -2$ ، $y = \frac{1}{2}x + 1$

تـدرب وحـل المسائـل :-

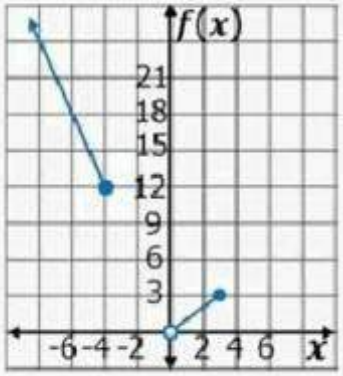
مـثـال 1 مثل كل دالة مما يأتي بيانياً،ثم حدد كلاً من مجالها ومداها:

$$f(x) = \begin{cases} -3x\ ,\ x \le -4 \\ x\ ,0 < x\ \le 3 \\ 8\ ,\ x > 3 \end{cases} \quad (12$$



x	y
-4	12
-5	15
-6	18

الخطوة 1: مثل $f(x) = -3x$ بيانياً عندما $x \le -4$.

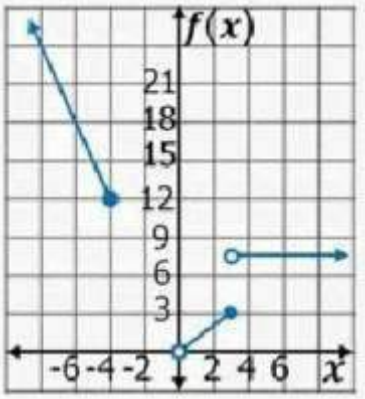


x	y
0	0
1	1
2	2
3	3

الخطوة 3: مثل $f(x) = 8$ بيانياً عندما $x > 3$.

تـدرب وحـل المسائل :-

الخطوة 3: مثل $f(x) = 8$ بيانياً عندما $x > 3$.



x	y
4	8
5	8
6	8

المجال =$\{ x \mid x \leq -4$ أو $0 < x \}$

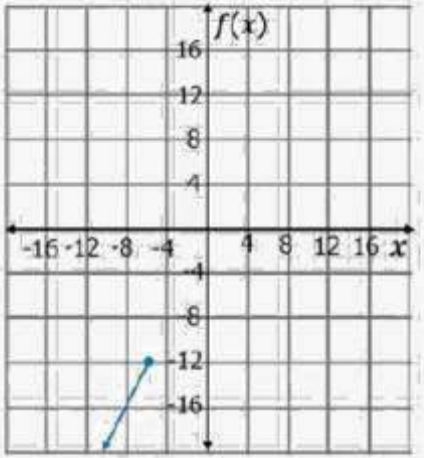
المدى =$\{ f(x) \mid 0 < f(x) \leq 3$ أو $f(x) = 8$ أو $f(x) \geq 12 \}$

تـدرب وحـل المسائـل :-

مـثـال 1

مثل كل دالة مما يأتي بيانياً،ثم حدد كلاً من مجالها ومداها:

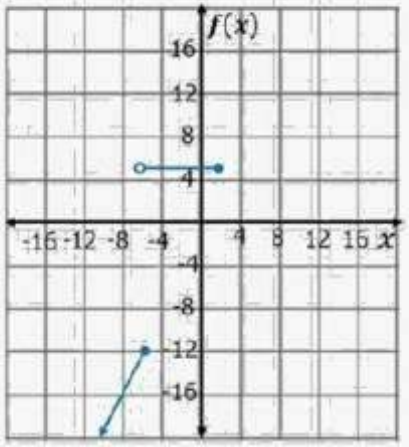
$$f(x) = \begin{cases} 2x\ ,\ x \le -6 \\ 5\ ,\ -6 < x \le 2 \\ -2x + 1\ ,\ x > 4 \end{cases} \quad (13$$



x	y
-6	-12
-7	-14
-8	-16

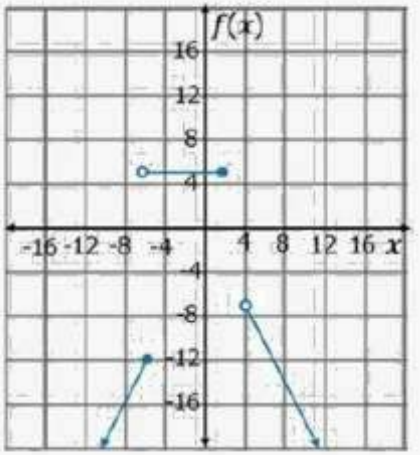
الخطوة 1: مثل $f(x) = 2x$ بيانياً عندما $x \le$ -6.

الخطوة 2: مثل $f(x) = 5$ بيانياً عندما $-6 < x \le 2$.



x	y
2	5
1	5
0	5
-1	5
-6	5

الخطوة 3: مثل $f(x) = -2x + 1$ بيانياً عندما $x > 4$.



x	y
4	-7
5	-9
6	-11

المجال =$\{ x \mid x > 4$ أو $x \leq 2 \}$ ؛

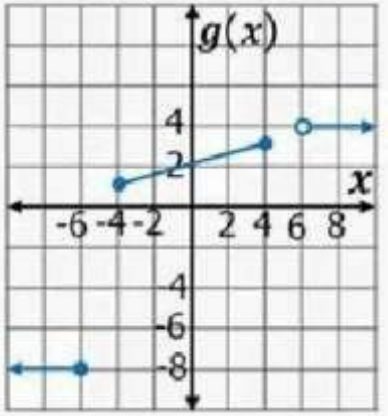
المدى =$\{ f(x) = 5$ أو $f(x) < -7 \mid f(x) \}$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثـال 2

أكتب الدالة المتعددة التعريف التي لها التمثيل البياني في كل مما يأتي :

14)



الخطوة 1: نوجد معادلة الجزء الأيسر.

$y_1 = -8$ ، $x_1 = -6$ ، $(-6, -8)$

$y_2 = -8$ ، $x_2 = -8$ ، $(-8, -8)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-8+8}{-8+6} = 0$$

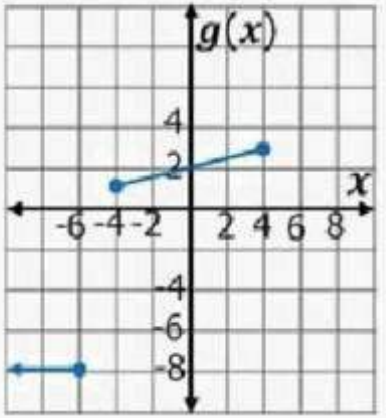
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y + 8 = 0(x + 6)$$

$x \le -6$ ، $y = -8$

$$g(x) = \begin{cases} -8 & , \ x \le -6 \\ ? & \\ ? & \end{cases}$$

الخطوة 2: نوجد معادلة الجزء الأوسط.



$y_1 = 1$ ، $x_1 = -4$ ، $(-4, 1)$

$y_2 = 3$ ، $x_2 = 4$ ، $(4, 3)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-1}{4+4} = \frac{1}{4}$$

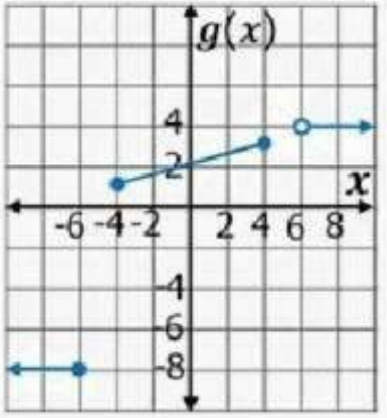
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 1 = \frac{1}{4}(x + 4)$$

$-4 \le x \le 4$ ، $y = 0.25x + 2$

$$g(x) = \begin{cases} -8 \ , & x \le -6 \\ 0.25x + 2 \ , & -4 \le x \le 4 \\ ? \end{cases}$$

الخطوة 3: نوجد معادلة الجزء الأيمن.



$y_1 = 4$ ، $x_1 = 6$ ، $(6, 4)$

$y_2 = 4$ ، $x_2 = 7$ ، $(7, 4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-4}{7-6} = 0$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = 0\,(x - 6)$$

$x > 6$ ، $y = 4$

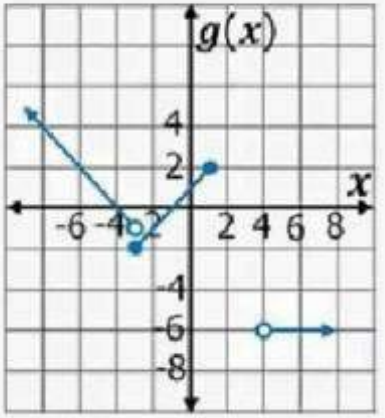
$$g(x) = \begin{cases} -8 \ , & x \le -6 \\ 0.25x + 2 \ , & -4 \le x \le 4 \\ 4 \ , & x > 6 \end{cases}$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 2

أكتب الدالة المتعددة التعريف التي لها التمثيل البياني في كل مما يأتي:

15)



الخطوة 1: نوجد معادلة الجزء الأيسر.

$y_1 = -1$ ، $x_1 = -3$ ، $(-3, -1)$

$y_2 = 2$ ، $x_2 = -6$ ، $(-6, 2)$

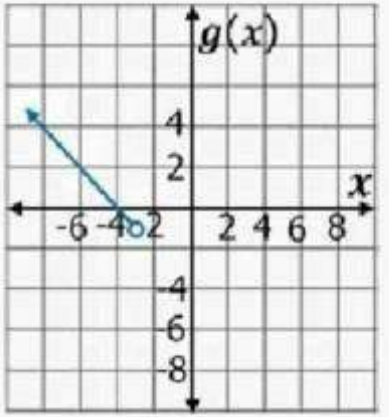
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2+1}{-6+3} = -1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y + 1 = -1(x + 3)$$

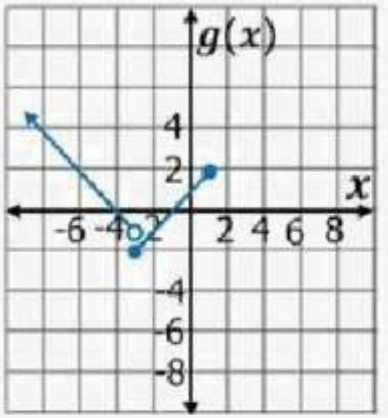
$x < -3$ ، $y = -x - 4$

$$g(x) = \begin{cases} -x - 4 & , \ x < -3 \\ ? & \\ ? & \end{cases}$$



الخطوة 2: نوجد معادلة الجزء الأوسط.

$$g(x) = \begin{cases} -x-4 \ , & x < -3 \\ x+1 \ , & -3 \le x \le 1 \\ ? & \end{cases}$$



$y_1 = -2$ ، $x_1 = -3$ ، $(-3 , -2)$

$y_2 = 2$ ، $x_2 = 1$ ، $(1 , 2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2+2}{1+3} = 1$$

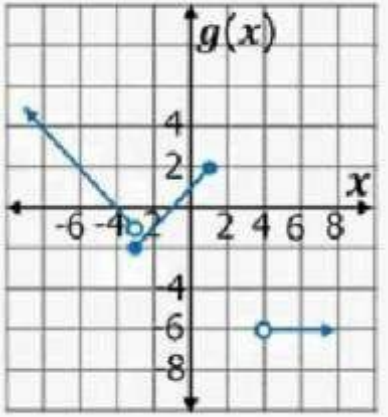
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y + 2 = 1\,(x + 3)$$

$-3 \le x \le 1$ ، $y = x + 1$

الخطوة 3: نوجد معادلة الجزء الأيمن.

$$g(x) = \begin{cases} -x-4 \ , & x < -3 \\ x+1 \ , & -3 \le x \le 1 \\ -6 \ , & x > 4 \end{cases}$$



$y_1 = -6$ ، $x_1 = 4$ ، $(4 , -6)$

$y_2 = -6$ ، $x_2 = 6$ ، $(6 , -6)$

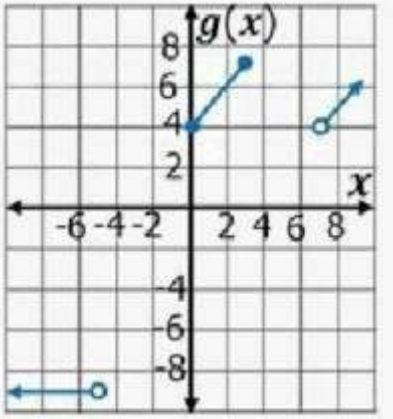
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6+6}{6-4} = 0$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

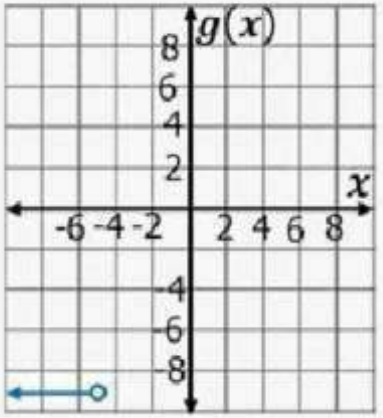
$$y + 6 = 0\,(x - 4)$$

$x > 4$ ، $y = -6$

(16



الخطوة 1: نوجد معادلة الجزء الأيسر.



$y_1 = -9 \ ، \ x_1 = -5 \ ، \ (-5 , -9)$

$y_2 = -9 \ ، \ x_2 = -6 \ ، \ (-6 , -9)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-9+9}{-6+5} = 0$$

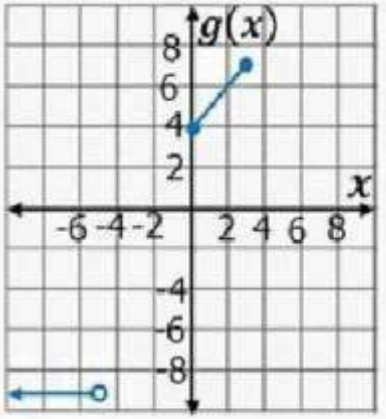
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y + 9 = 0(x + 5)$$

$x < -5 \ ، \ y = -9$

$$g(x) = \begin{cases} -9 \ , \ x < -5 \\ ? \\ ? \end{cases}$$

الخطوة 2: نوجد معادلة الجزء الأوسط.



$y_1 = 4 \ ، \ x_1 = 0 \ ، \ (0 , 4)$

$y_2 = 7 \ ، \ x_2 = 3 \ ، \ (3 , 7)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7-4}{3-0} = 1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

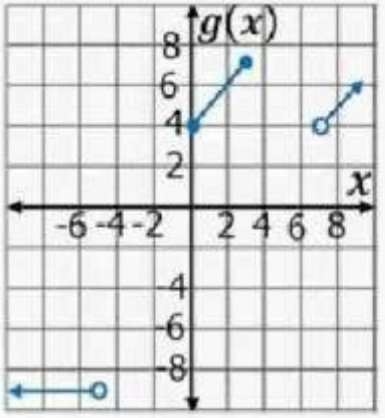
$$y - 4 = 1\,(x - 0)$$

$0 \le x \le 3 \ ، \ y = x + 4$

$$g(x) = \begin{cases} -9 \ , \ x < -5 \\ x + 4 \ , 0 \le x \le 3 \\ ? \end{cases}$$

تدرب وحل المسائل :-

الخطوة 3: نوجد معادلة الجزء الأيمن.



$y_1 = 4 \ ، \ x_1 = 7 \ ، \ (7 , 4)$

$y_2 = 5 \ ، \ x_2 = 8 \ ، \ (8 , 5)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-4}{8-7} = 1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = 1\,(x - 7)$$

$x > 7 \ ، \ y = x - 3$

$$g(x) = \begin{cases} -9 \ , \ x < -5 \\ x + 4 \ , 0 \le x \le 3 \\ x - 3 \ , x > 7 \end{cases}$$

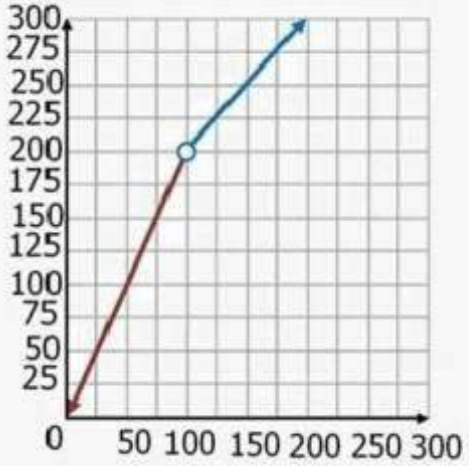
تدرب وحل المسائل :-

17) **جمعيه خيرية:** تقوم جمعيه خيرية بجمع الصدقات لإيصالها إلى مستحقيها، وتتبرع الجمعية أيضاً بمبلغ مساو لأي صدقة دون 100 ريال أو تساويها، كما تضيف الجمعية 100 ريال إلى إي صدقة تزيد على 100 ريال .

a) حدد نوع الدالة التي تمثل هذا الموقف.

دالة متعددة التعريف خطية.

b) اكتب الدالة التي تصف هذا الموقف، ثم مثلها بيانياً.

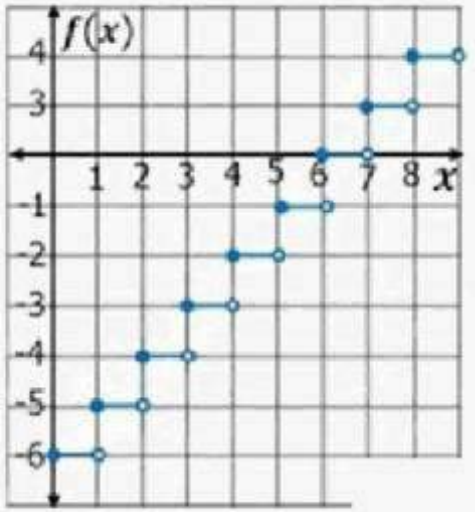


$$f(x) = \begin{cases} 2x\ ,\ 0 < x \leq 100 \\ x + 100\ ,\ x > 100 \end{cases}$$

تدرب وحل المسائل :-

مثل كل دالة فيما يأتي بيانياً، ثم حدّد كلاً من مجالها ومداها:

18) $f(x) = [\![x]\!] - 6$

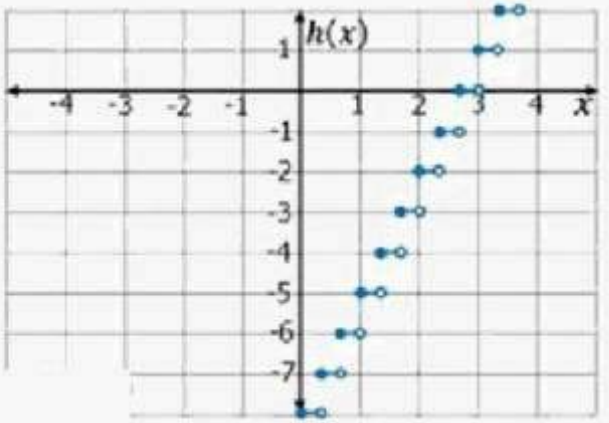


مجال هذه الدالة هو مجموعة الأعداد الحقيقية، **ومداها** هو مجموعة الأعداد الصحيحة.

تدرب وحل المسائل :-

مثل كل دالة فيما يأتي بيانياً، ثم حدّد كلاً من مجالها ومداها:

19) $h(x) = [\![3x]\!] - 8$

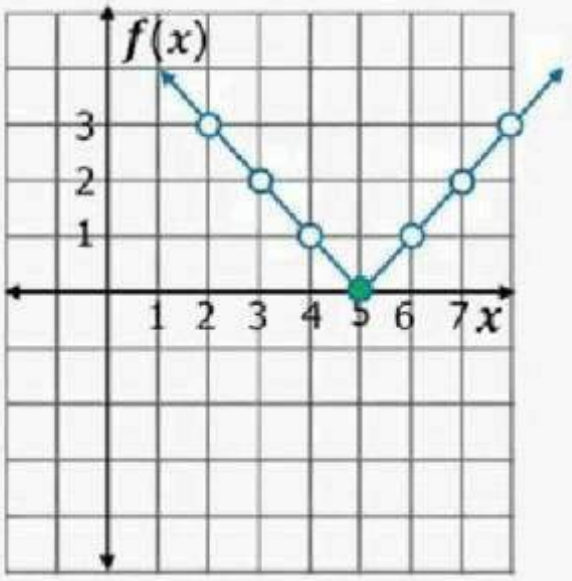


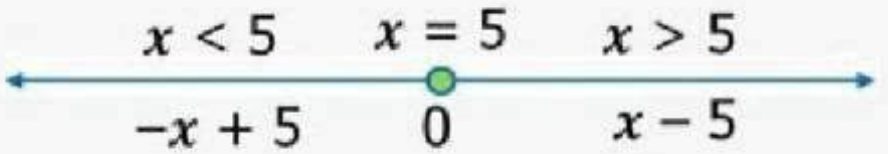
مجال هذه الدالة هو مجموعة الأعداد الحقيقية، **ومداها** هو مجموعة الأعداد الصحيحة.

تدرب وحل المسائل :-

مثل كل دالة فيما يأتي بيانياً، ثم حدّد كلاً من مجالها ومداها:

20) $f(x) = |x - 5|$





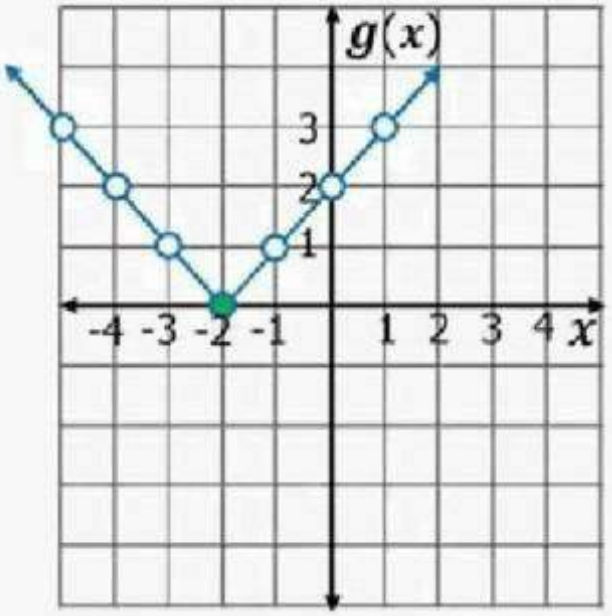
2	3	4	x
3	2	1	$-x+5$

6	7	8	x
1	2	3	$x-5$

تدرب وحل المسائل :-

مثل كل دالة فيما يأتي بيانياً، ثم حدّد كلاً من مجالها ومداها:

21) $g(x) = |x + 2|$



$x < -2$ $\quad x = -2 \quad$ $x > -2$

$-x - 2$ $\quad 0 \quad$ $x + 2$

-5	-4	-3	x
3	2	1	$-x - 2$

-1	0	1	x
1	2	3	$x + 2$

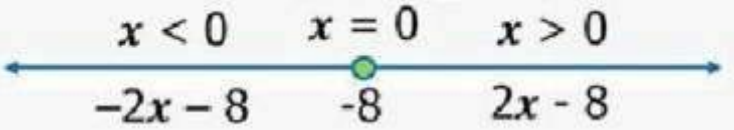
المجال: جميع الأعداد الحقيقية ،

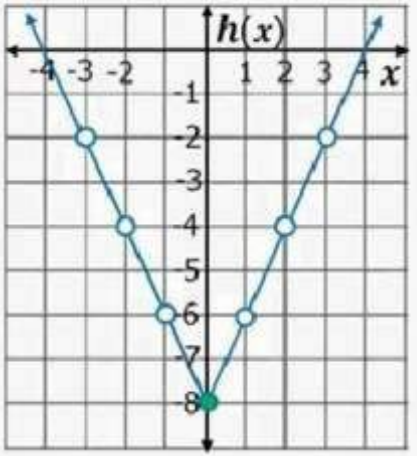
المدى: $\{g(x) \mid g(x) \geq 0\}$

تدرب وحل المسائل :-

مثل كل دالة فيما يأتي بيانياً، ثم حدّد كلاً من مجالها ومداها:

22) $h(x) = |2x| - 8$





-3	-2	-1	x
-2	-4	-6	$-2x - 8$

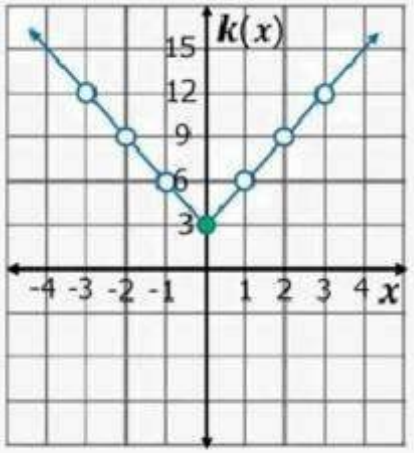
1	2	3	x
-6	-4	-2	$2x - 8$

المجال: جميع الأعداد الحقيقية ،
المدى: $\{h(x) \mid h(x) \geq -8\}$

تدرب وحل المسائل :-

مثل كل دالة فيما يأتي بيانياً، ثم حدّد كلاً من مجالها ومداها:

23) $k(x) = |-3x| + 3$



$x < 0$ $\quad x = 0 \quad$ $x > 0$

$-3x + 3$ $\quad 3 \quad$ $3x + 3$

-3	-2	-1	x
12	9	6	$-2x - 8$

1	2	3	x
6	9	12	$3x + 3$

المجال: جميع الأعداد الحقيقية ،

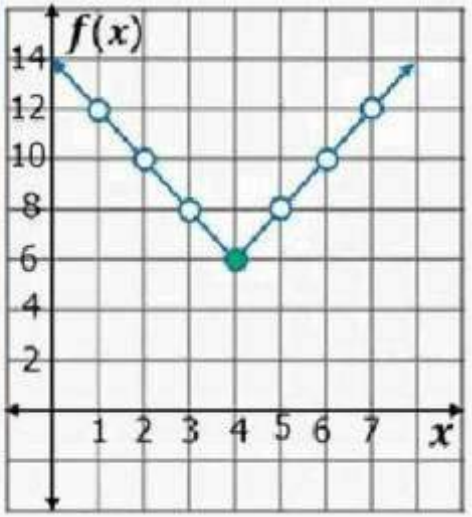
المدى: $\{k(x) \mid k(x) \geq 3\}$

تدرب وحل المسائل :-

مثل كل دالة فيما يأتي بيانياً، ثم حدّد كلاً من مجالها ومداها:

24) $f(x) = 2\,|\,x - 4\,| + 6$

$x < 4$	$x = 4$	$x > 4$
$-2x + 14$	6	$2x - 2$



1	2	3	x
12	10	8	$-2x + 14$

5	6	7	x
8	10	12	$2x - 2$

المجال: جميع الأعداد الحقيقية ،
المدى: $\{f(x)\,|\,f(x) \geq 6\}$

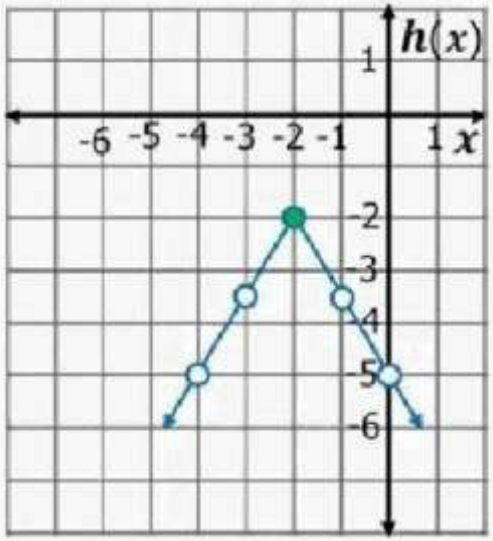
تدرب وحل المسائل :-

مثل كل دالة فيما يأتي بيانياً، ثم حدّد كلاً من مجالها ومداها:

25) $h(x) = -3 \mid 0.5x + 1 \mid - 2$

$x < -2$ | $x = -2$ | $x > -2$

$1.5x + 1$ | -2 | $-1.5x - 5$



x	-3	-4
$1.5x + 1$	-3.5	-5

x	0	-1
$-1.5x - 5$	-5	-3.5

المجال: جميع الأعداد الحقيقية ،

المدى: $\{h(x) \mid h(x) \leq -2\}$

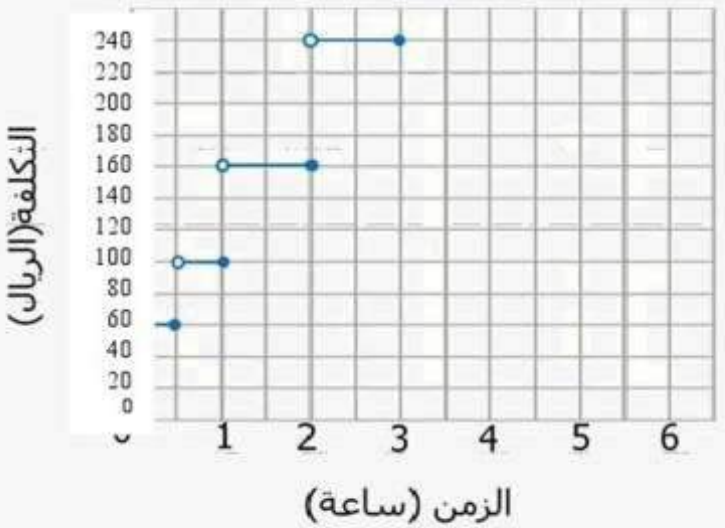
تدرب وحل المسائل :-

26) ترفيه: يوضّح الجدول المجاور: تكلفة استئجار دباب شاطئ.

a) حدد نوع الدالة التي تمثل هذا الموقف.

الدالة الدرجية.

b) اكتب الدالة التي تمثل هذا الموقف، ثم مثّلها بيانياً.

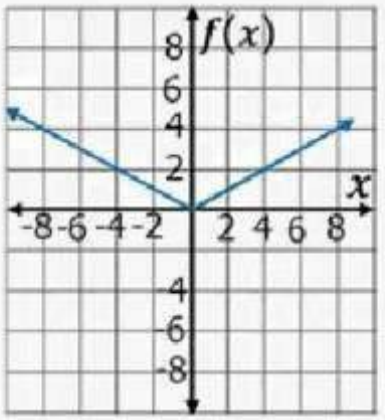


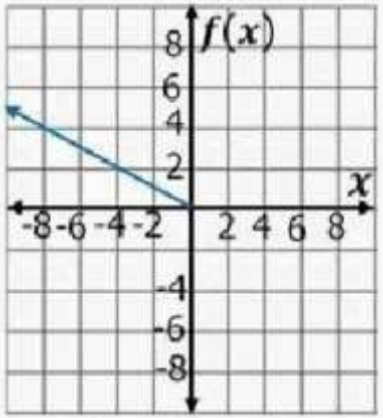
$$c(t) = \begin{cases} 60 & 0 < t \leq 0.5 \\ 100 & 0.5 < t \leq 1 \\ 160 & 1 < t \leq 2 \\ 240 & 2 < t \leq 3 \end{cases}$$

تدرب وحل المسائل :-

اكتب دالة القيمة المطلقة التي لها التمثيل البياني في كل مما يأتي:

(27





الخطوة 1: نوجد معادلة الجزء الأيسر. $(-4, 2)$ ، $x_1 = -4$ ، $y_1 = 2$

$(-8, 4)$ ، $x_2 = -8$ ، $y_2 = 4$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-2}{-8+4} = -0.5$$

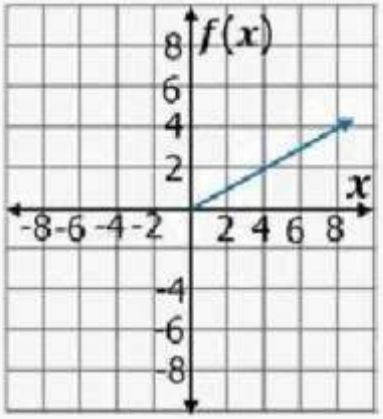
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = -0.5\,(x + 4)$$

$x < 0$ ، $y = -0.5\,x$

تدرب وحل المسائل :-

الخطوة 2: نوجد معادلة الجزء الأيمن



$y_1 = 2$ ، $x_1 = 4$ ، $(4, 2)$

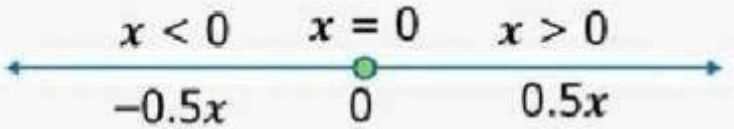
$y_2 = 4$ ، $x_2 = 8$ ، $(8, 4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-2}{8-4} = 0.5$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = 0.5\,(x - 4)$$

$x > 0$ ، $y = 0.25x$

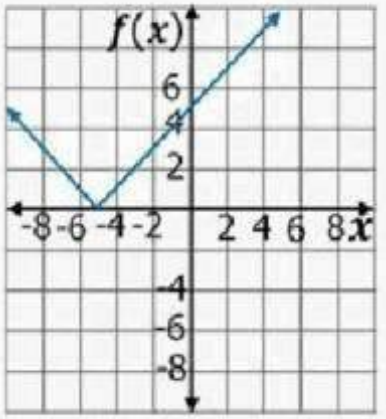


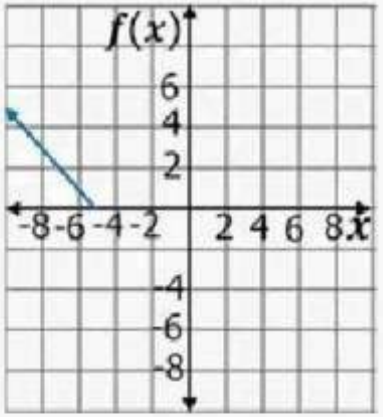
$$f(x) = |0.5x|$$

تدرب وحل المسائل :-

اكتب دالة القيمة المطلقة التي لها التمثيل البياني في كل مما يأتي:

28)





الخطوة 1: نوجد معادلة الجزء الأيسر.

$y_1 = 0$ ، $x_1 = -5$ ، $(-5, 0)$

$y_2 = 3$ ، $x_2 = -8$ ، $(-8, 3)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-0}{-8+5} = -1$$

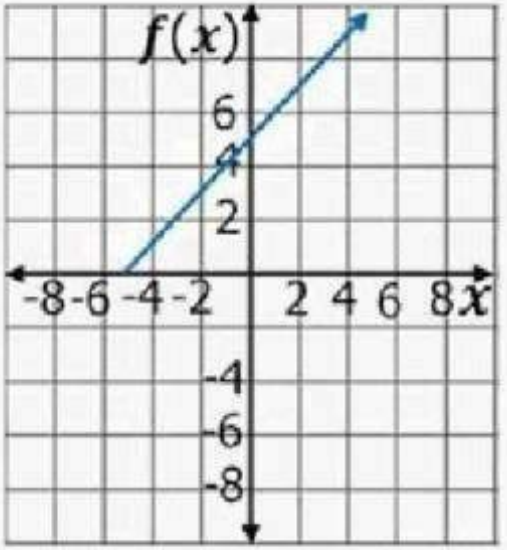
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = -1\,(x + 5)$$

$x < -5$ ، $y = -x - 5$

تدرب وحل المسائل :-

الخطوة 2: نوجد معادلة الجزء الأيمن



$y_1 = 0$ ، $x_1 = -5$ ، $(-5 , 0)$

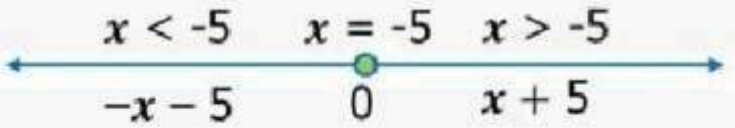
$y_2 = 5$ ، $x_2 = 0$ ، $(0 , 5)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-0}{0+5} = 1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = 1\,(x + 5)$$

$x > -5$ ، $y = x + 5$

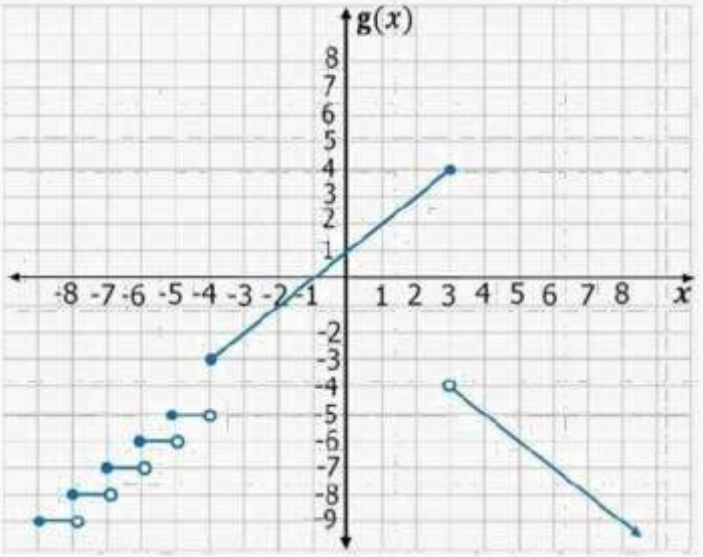


$$f\,(x) = |x + 5|$$

تدرب وحل المسائل :-

مثل كل دالة فيما يأتي بيانياً، ثم حدد كلاً من مجالها ومداها:

29) $$g(x) = \begin{cases} [\![x]\!], & x < -4 \\ x + 1, & -4 \le x \le 3 \\ -|x|, & x > 3 \end{cases}$$

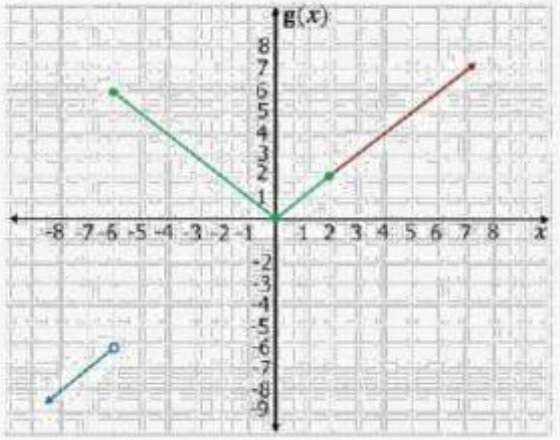


المجال: جميع الأعداد الحقيقية

المدى: $\{ g(x) \mid g(x) \le 4 \}$

تدرب وحل المسائل :-

30) $$g(x) = \begin{cases} -|x|, & x < -6 \\ |x|, & -6 \le x \le 2 \\ |-x|, & x > 2 \end{cases}$$



x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$g(x)$	12	9	6	3	0	3	6	9	12

المجال: جميع الأعداد الحقيقية

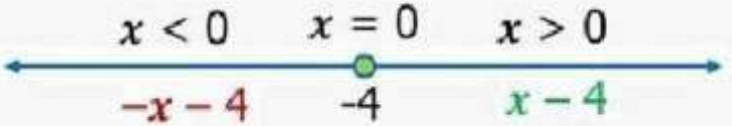
المدى: $\{ h(x) \mid h(x) \ge 0$ أو $h(x) \le -6 \}$

تـدرب وحـل المسائل :-

31) **نمثيلات متعددة:** لتكن $g(x) = |3x|$, $f(x)= |x|-4$

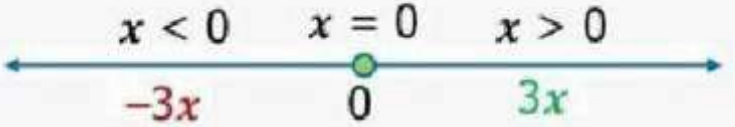
a) جدولياً: كون جدولاً لقيم كل من $f(x)$ و $g(x)$ ما بين $x = 4$, $x = -4$.

$$f(x)= |x|-4$$



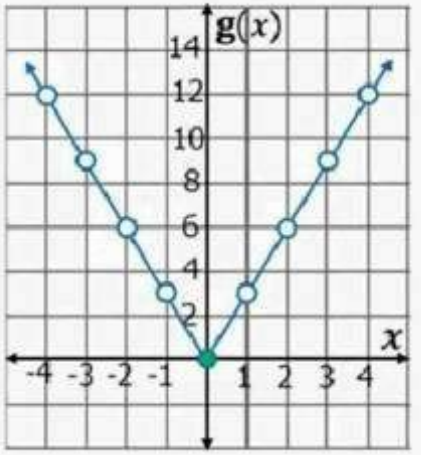
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	0	-1	-2	-3	-4	-3	-2	-1	0

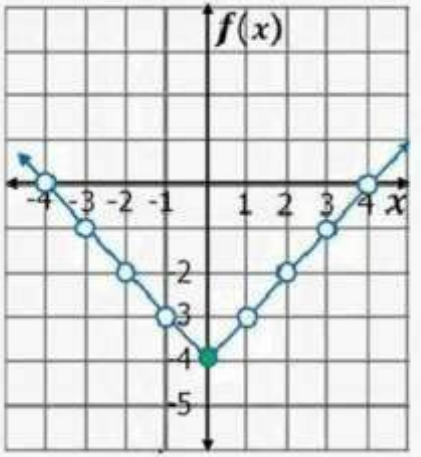
$$g(x) = |3x|$$



x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$g(x)$	12	9	6	3	0	3	6	9	12

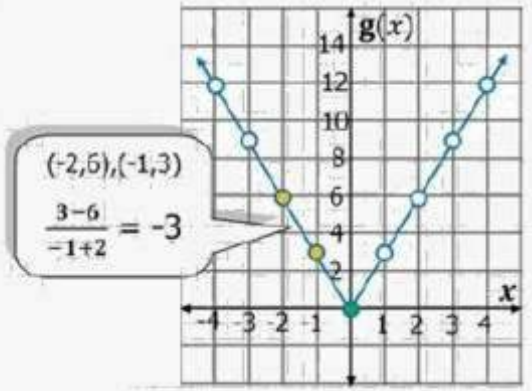
b) بيانياً: مثل كلاً من الدالتين بيانياً على مستوى إحداثي مختلف.

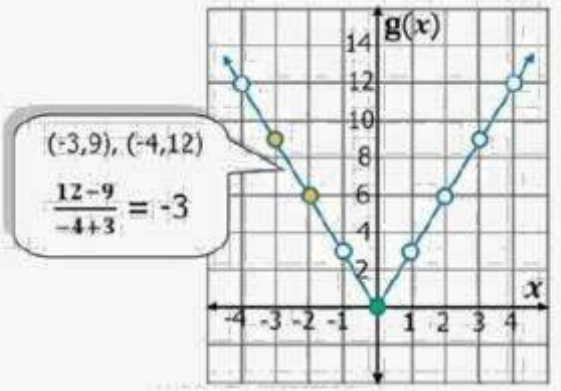


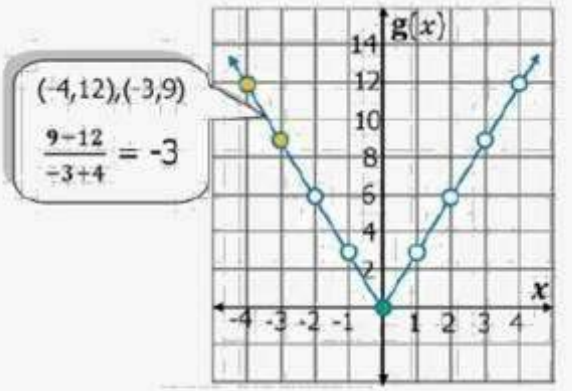


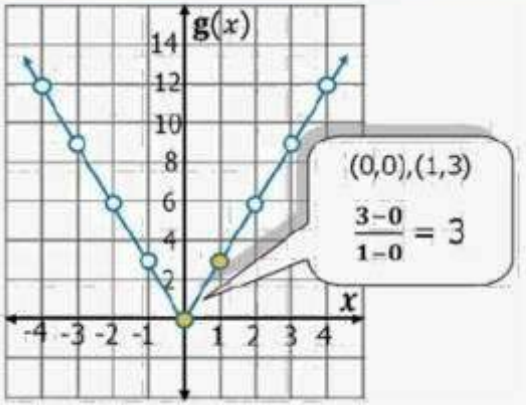
c) عددياً: احسب الميل بين كل نقطتين متتاليتين في الجدول.

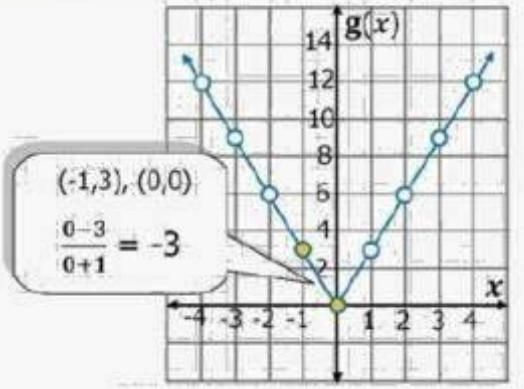
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$g(x)$	12	9	6	3	0	3	6	9	12
الميل		-3	-3	-3	-3	3	3	3	3

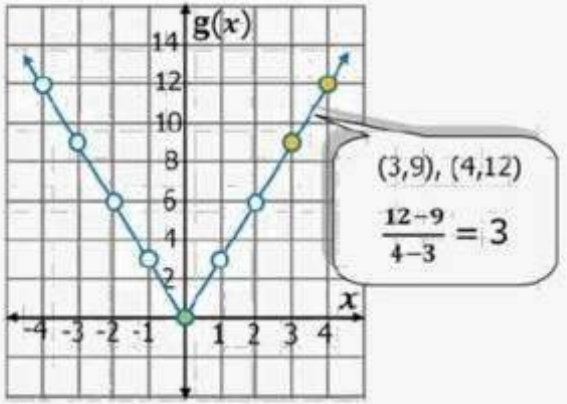


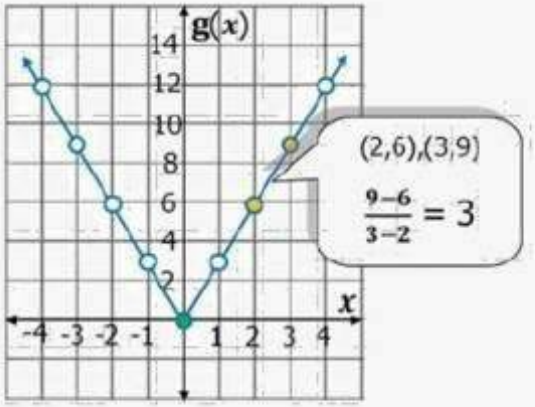


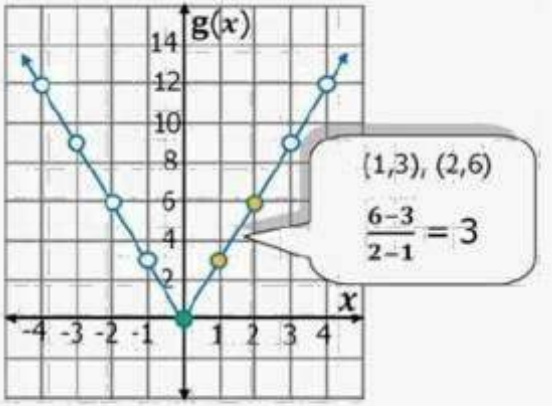












x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	0	-1	-2	-3	-4	-3	-2	-1	0
الميل		-1	-1	-1	-1	1	1	1	1

d) لفظياً: صف العلاقة بين ميل كل من جزأي دالة القيمة المطلقة.

ميل كل من الجزأين يساوي النظير الجمعي لميل الجزء الآخر، أما الميل في كل جزء فهو ثابت .

الفهرس