بسم الله الرحمن الرحيم

شركة التنمية المتكاملة للتدريب والتعليم

مجمع مدارس السفراء

القسم الثانوي

شعبة الرياضيات ٣٣/٣٤

أوراق عمل في مادة الرياضيات

للصف الثالث ثانوي مطور

عام ٣٣ / ١٤٣٤ هـ

الفصل الخامس (المتجهات)

(الفصل الخامس)

(١) مقدمة المتجهات

(٢) المتجهات في المستوى الإحداثي

(٣) الضرب الداخلي

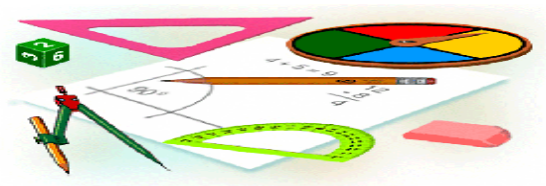
(٤) المتجهات في الفضاء الثلاثي

(٥) الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي في الفراغ

الإعداد العلمي

شعبة الرياضيات مدارس السفراء

(القسم الثانوي)



مدير المدرسة
أ/يوسف النجيدي

وكيل المدرسة
أ/أحمد سمير

ذ

أ/علي الوزيري

اسم الطالب :- ....

فصل ٣ / ....

شعارنا طالما أنت طالب في السفراء كن سفيرا للرياضيات

ثانوية السفراء الأهلية || ورقة عمل (1) الفصل الخامس (مقدمة الــمتجـــهـــات) || اسم الطالب :-..
فصل 3 /...

يمكن تمثيل المتجه هندسيًا بقطعة مستقيمة متجهة، أو سهم يظهر كلًا من القيمة والاتجاه.
ويمثل الشكل المجاور القطعة المستقيمة المتجهة التي لها **نقطة البداية** A، و**نقطة النهاية** B.
ويرمز لهذا المتجه بالرمز $\overline{AB}$ أو $\vec{a}$ أو **a**.

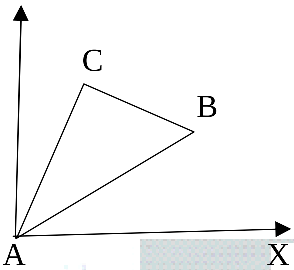
إيجاد محصلة متجهين هندسيا ؟

خطــــــــــــــــوات الحـــــــــــــل

(١) نستخدم قاعدة الإزاحات (•) نستخدم قاعدة المثلث المغلق

(٢) نوجد المحصلة (•) اتجاها باستخدام المنقلة

$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$$



مثال (1) :- أكمل العبارات الرياضية الآتية بعبارة رياضية صحيحة .

١	مقدار المحصلة الناتجة من جمع المتجهين 18N للأمام ثم 20N للخلف هي........ واتجاهها.....
•	تحلق طائرة بسرعة 500mi/h في اتجاه الشمال. إذا هبت الرياح بسرعة 50mi/h في اتجاه الغرب فان محصلة سرعة الطائرة ....واتجاهــا.....................
٢	شرط تكافئ المتجهين إذا وفقط إذا كان ....
•	إذا كان المتجه v في اتجاه الغرب فان المتجه (-5v) يكون في اتجاه ....

مثال (2) استعمل مسطرة ومنقلة لرسم المتجه V=100ft/s باتجاه

$(a): N\ 45E$

$(b):\ 030$

ثم أكتب مقياس الرسم ؟

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــــــل)

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

شعارنا دائما

(المحبة والاحترام هي القاسم المشترك الأكبر بيننا فليس هناك تفاضل ..وبقاؤنا معا يمثل التكامل ولا نرضي بالتبادل)

الفصل الخامس (المتجهات)

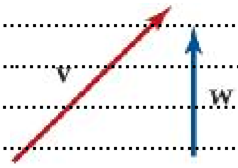
أوراق عمل في مادة الرياضيات للصف الثالث الثانوي مطور 1434 هـ

تابع ورقة عمل (١) مقـدمـة المتجهات

مثال (3)

اوجـد محصلة المتجهين واتجاها مع الأفقي مستعملا قاعدة المثلث المغلق ؟

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــــل)



مثال (4)

يسبح خالد عبر أحد الأنهار بسرعة 3.5 ft / s، باتجاه الشرق قاصداً الضفة الأخرى للنهر، في الوقت الذي يؤثر عليه تيار مائي باتجاه الجنوب بسرعة 2ft / s. أوجد محصلة سرعة خـــالد، واتجاه حركته.

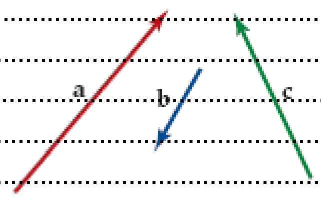
(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــــل)

مثال (5)

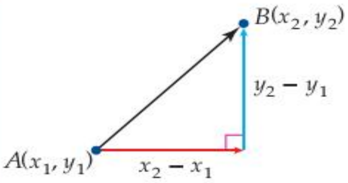
(العمليات على المتجهات)

اسم المتجه الذي يُمثل $a - c + 2b$

خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــــل)



مفهوم أساسي **الصورة الإحداثية لمتجه**

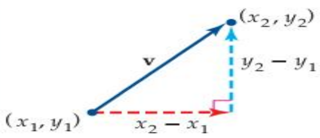


الصورة الإحداثية لـ $\overrightarrow{AB}$ الذي نقطة بدايته $A(x_1, y_1)$ ، ونقطة نهايته $B(x_2, y_2)$ هي :

$$\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$$

يمكن إيجاد طول المتجه في المستوى الإحداثي باستعمال قانون المسافة بين نقطتين.

مفهوم أساسي **طول المتجه في المستوى الإحداثي**



إذا كان $\mathbf{v}$ متجهًا، وكانت نقطة بدايته (x_1, y_1) ، ونقطة نهايته (x_2, y_2) ، فإن طول $\mathbf{v}$ يُعطى بالصيغة :

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

وإذا كانت $\langle a, b \rangle$ هي الصورة الإحداثية للمتجه $\mathbf{v}$ ، فإن :

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

مثال (1)

أوجد الصورة الإحداثية وطول لـ $\overline{AB}$ الذي نقطة بدايته $A(3,-2)$ ونقطة نهايته $B(4 ,-1)$.

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــــــل)

....
....
....
....
....
....
....
....
....

مفهوم أساسي **العمليات على المتجهات**

إذا كان $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle b_1, b_2 \rangle$ متجهين، و k عددًا حقيقيًا، فإن:

جمع متجهين $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2 \rangle$

طرح متجهين $\mathbf{a} - \mathbf{b} = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2 \rangle$

ضرب متجه في عدد حقيقي $k\mathbf{a} = \langle ka_1, ka_2 \rangle$

مثال (2)

إذا كان $w = \langle 2,3 \rangle$ ، $z = \langle 3,-4 \rangle$ فاوجد (Œ) w + z (•) 5z

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــــــل)

....
....
....
....

متجهات الوحدة يُسمَّى المتجه الذي طوله 1 **متجه الوحدة**. ومن المفيد أحيانًا التعبير عن المتجه غير الصفري **v** على أنه حاصل ضرب متجه وحدة **u** في عدد حقيقي بنفس اتجاه **v** . ولإيجاد **u** ، اقسم المتجه **v** على طوله |**v**| .

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} = \frac{1}{|\mathbf{v}|}\mathbf{v}$$

مثال (3)

أوجـــد متجه الوحدة u الذي له نفس اتجاه $V = \langle 6,-2 \rangle$ ؟

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــــــــــل)

....

....

....

مثال (4)

أكتب المتجه $\overrightarrow{DE}$ بدايته D(-6,0) ونهايته E(2,5) بدلالة متجهي الوحدة i , j ؟

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــــــــــل)

....

....

....

....

....

مثال (5)

:- اختر العبارة الرياضية الصحيحة من بين العبارات الرياضية الآتية .

(Œ)	ما الصورة الإحداثية لــ $\overrightarrow{AB}$ نقطة بدايته (A(-2 , -7 ونقطـــة نهايته B (6 , 1)؟							
	(a)		**(b)**		**(c)**		**(d)**	
(•)	ما طول $\overrightarrow{AB}$ نقطة بدايته (A(-2 , -7 ونقطـــة نهايته B (6 , 1)؟							
	(a)		**(b)**		**(c)**		**(d)**	
(Ž)	إذا كانت $a = \langle 3,-4 \rangle$ فإن $\lvert a \rvert$ يساوي							
	(a)		**(b)**		**(c)**		**(d)**	
(•)	ما طول المتجه ا لذي نقطة بدايته (5 , 2) ونقطـــة نهايته (4- , 3-)؟							
	(a)		**(b)**		**(c)**		**(d)**	
(•)	إذا كان $w = \langle 2,3 \rangle$ ، $z = \langle 3,-4 \rangle$ فإن 2w+z تساوي							
	(a)		**(b)**		**(c)**		**(d)**	
(‘)	ما زاوية اتجاه المتجه $p = \langle -3,3 \rangle$ مع الاتجاه الموجب لمحور X ؟							
	(a)		**(b)**		**(c)**		**(d)**	
(’)	ما زاوية اتجاه المتجه $p = \sqrt{3}i + j$ مع الاتجاه الموجب لمحور X ؟							
	(a)		**(b)**		**(c)**		**(d)**	
(“)	ما الصورة الاحداثية للمتجه V طول 10 ،وزاوية اتجاه 120° مع الأفقي ؟							
	(a)		**(b)**		**(c)**		**(d)**	
(”)	ما الصورة الإحداثية للمتجه V المعطى طوله $\lvert v \rvert = 8$ ، واتجاه $\theta = 45^o$؟							
	(a)		**(b)**		**(c)**		**(d)**	

الفصل الخامس (المتجهات)

أوراق عمل في مادة الرياضيات للصف الثالث الثانوي مطور 1434 هـ

مفهوم أساسي الضرب الداخلي لمتجهين في المستوى الإحداثي

يُعرَّف الضرب الداخلي للمتجهين $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2 \rangle, \mathbf{b} = \langle b_1, b_2 \rangle$ كالآتي :

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

مفهوم أساسي المتجهان المتعامدان

يكون المتجهان $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ متعامدين، إذا وفقط إذا كان $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$.

مثال (1)

أوجد حاصل الضرب الداخلي للمتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$، ثم تحقق مما إذا كانا متعامدين أو لا. (مثال 1) (1 $\mathbf{u} = \langle 3, -5 \rangle, \mathbf{v} = \langle 6, 2 \rangle$

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــل)

....
....
....
....

مثال (2)

ما قيمة k التي تجعل المتجهين $v = \langle 2, 3 \rangle$ ، $u = \langle k + 1, -2 \rangle$ متعامدين ؟

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــل)

....
....
....
....
....
....

مثال (3)

أوجـــــد قياس الزاوية C بين المتجهين $u = \langle 2, -2 \rangle$، $v = \langle 1, 0 \rangle$؟

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــل)

مفهوم أساسي الزاوية بين متجهين

إذا كانت θ هي الزاوية بين متجهين غير صفريين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ فإن:

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}||\mathbf{b}|}$$

....
....
....
....
....
....

تابع ورقة عمل (٣) االضـــرب الداخلي

مثال (4)

أوجد حاصل الضرب الداخلي للمتجهين **u** ، **v**، ثم تحقق مما إذا كانا متعامدين أو لا . **(مثال 1)** $u = \langle -2,-3 \rangle , v = 9i - 6j$

خطـــوات الحــــــــــــــــــــــل)

....

....

....

....

....

مثال (5)

اختر العبارة الرياضية الصحيحة من بين العبارات الرياضية الآتية .

(Œ)	إذا كـــان $v = \langle -5,1 \rangle$ ، $u = \langle 3,-2 \rangle$ فإن u.v تساوي							
	(a)		**(b)**		**(c)**		**(d)**	
(•)	ما حاصل الضرب الداخلي للمتجهين $u = \langle -2,-3 \rangle , v = 9i - 6j$ ؟							
	(a)		**(b)**		**(c)**		**(d)**	
(Ž)	ما المتجه الذي يعامـــد المتجه $\langle 3,6 \rangle$؟							
	(a)		**(b)**		**(c)**		**(d)**	
(•)	ما قيمة k التي تجعل المتجهين $u = \langle k,2 \rangle , v = 3i + 6j$ ؟							
	(a)	4	**(b)**	7	**(c)**	-4	**(d)**	3
(•)	ما قياس الزاوية بين المتجهين $\langle -1,-1 \rangle , \langle -9,0 \rangle$ ؟							
	(a)	0°	**(b)**	90°	**(c)**	45°	**(d)**	135°
(')	أي مما يأتي متجهان متعامدان ؟							
	(a)	$\langle 3,6 \rangle , \langle 6,-3 \rangle$	**(b)**	$\langle 3,6 \rangle , \langle -3,6 \rangle$	**(c)**		**(d)**	$\langle 3,-3 \rangle , \langle 6,-6 \rangle$

مثال (6)

تحقق من فهمك

أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين **u**, **v** في كلٍّ مما يأتي:

3A) $u = \langle -5,-2 \rangle , v = \langle 4,4 \rangle$

3B) $u = \langle 9,5 \rangle , v = \langle -6,7 \rangle$

(خطـــوات الحــــــــــــــــــــــل)

....

....

....

....

....

....

....

الفصـــل الخامس (المتجـــــهـات)

أوراق عمل في مادة الرياضيات للصف الثالث الثانوي مطور 1434 هـ

ثانوية السفراء الأهلية	ورقة عمل (4) الفصل الخامس (المتجهـــات في الفضاء الثلاثي الأبعاد)	اسم الطالب :-.............. فصل 3 /.............

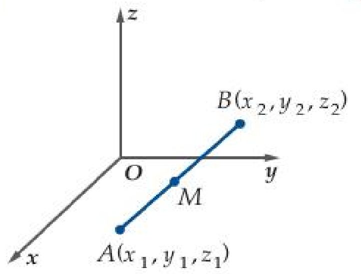
مفهوم أساسي — قانونا المسافة ونقطة المنتصف في الفضاء

تُعطى المسافة بين النقطتين $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$ بالقانون:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

وتعطى نقطة المنتصف M لـ $\overline{AB}$ بالقانون:

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2}\right)$$



....

و كما في المتجهات ذات البُعدين نجد الصورة الإحداثية لقطعة مستقيمة متجهة من $A(x_1 , y_1 , z_1)$ إلى $B(x_2 , y_2 , z_2)$ ، وذلك بطرح إحداثيات نقطة البداية من إحداثيات نقطة النهاية.

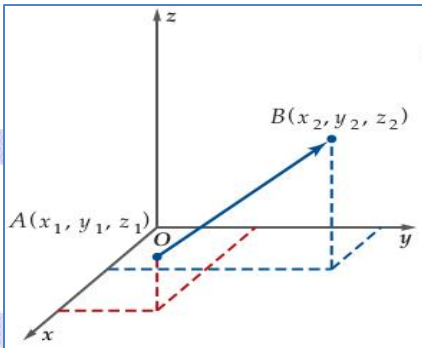
$$\overrightarrow{AB} = \langle x_2 - x_1 , y_2 - y_1, z_2 - z_1 \rangle$$

وعندها يكون $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ ،

وهذا يعني أنه إذا كان $\overrightarrow{AB} = \langle a_1 , a_2 , a_3 \rangle$ ، فإن:

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

ويكون متجه الوحدة $\mathbf{u}$ باتجاه $\overrightarrow{AB}$ هو $\mathbf{u} = \dfrac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}$

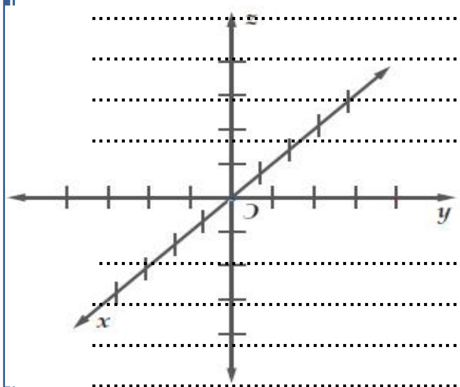


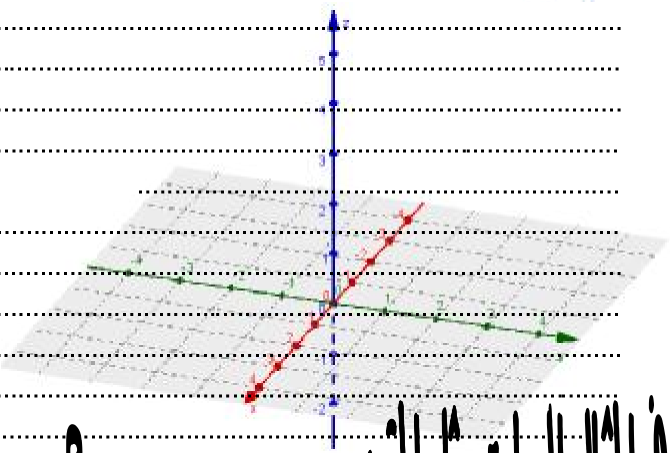
مثال (1)

عين النقطة P (-2,3,2) في نظـــــام الإحداثيات ثلاثي الأبعاد ؟

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــــل)

....
....





....
....

في المثال السابق مثل المتجه $P\langle -2, 3, 2\rangle$ ؟

....

(المتجهــــــــات) الفــــــصل الخامس

أوراق عمل في مادة الرياضيات للصف الثالث الثانوي مطـور 1434 هـ

مثال (2)

أوجـــد إحـــداثي نقطة المنتصف ، وطــــول القطعة المستقيمة المعطاة طرفيها
A(-2, 1,4) , B(2,-1,0) في الفضاء ثلاثي الأبعاد ؟

(خطـــوات الحــــــــــــــــــــــــــل)

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

مثال (3)

أوجـــد الصورة الإحداثية وطول لـ $\overrightarrow{AB}$ الذي نقطة بدايته A(-1,4,6) ونقطة نهايته B(3,3,8) ثم اوجـــد متجه الوحدة باتجاه $\overrightarrow{AB}$ ؟

(خطـــوات الحــــــــــــــــــــــــــل)

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

شعارنا دائمـــا

E

(المحبة والاحترام هي القاسم المشترك الأكبر بيننا فليس هناك تفاضل ..وبقاؤنا معا يمثل التكامل ولا نرضى بالتبادل)

مثال (4)

اختر العبارة الرياضية الصحيحة من بين العبارات الرياضية الآتية .

(Œ)	إذا كانت النقطة $P(-2,3\ ,5)$ معينة في إحداثي ثلاثي الأبعاد فان النقطة $(-2,3)$ تقع في المستوي							
	(a)		(b)		(c)		(d)	
(•)	إذا كان $\overrightarrow{AB}$ نقطة بدايته $A(-2,\ 1,4)$ ،نقطة نهايته $B(2,-1,0)$ فإن $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert$ يســـاوي							
	(a)		(b)		(c)		(d)	
(Ž)	في الفضاء الثلاثي الإبعاد إحداثيات منتصف القطعة المستقيمة طرفيها $(6,2,3),(2,0,1)$ هي....							
	(a)		(b)		(c)		(d)	
(•)	ما طول المتجه ا لذي نقطة بدايته $(2\ ,5)$ ونقطـــة نهايته $(-3\ ,-4)$؟							
	(a)		(b)		(c)		(d)	
(•)	ما الصورة الإحداثية لـــ $\overrightarrow{AB}$ نقطة بدايته $A(-1,4,6)$ نقطة نهايته $B\ (3,3,8)$؟							
	(a)		(b)		(c)		(d)	
(‘)	ما طول المتجه $P\langle -4,2,4\rangle$ ؟							
	(a)		(b)		(c)		(d)	

مثال (5)

اوجـــد متجه الوحدة u باتجاه المتجه $\overrightarrow{AB}$ نقطة بدايته $A(-2,\ 1,4)$ ونقطة نهايته $B(2,-1,0)$؟

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــــــل)

....

....

....

....

....

....

....

....

....

مثال (6)

اوجـــد متجه الوحدة u باتجاه المتجه $P\langle -4,2,4\rangle$ ؟

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــــــل)

....

....

....

....

....

(المتجهـــــــــــات) الفـــــصل الخامس

أوراق عمل في مادة الرياضيات للصف الثالث الثانوي مطـور 1434 هـ

مفهوم أساسي الضرب الداخلي والمتجهات المتعامدة في الفضاء

يُعَرَّف الضرب الداخلي للمتجهين $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$ في الفضاء كالآتي:

$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$. ويكون المتجهان $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ متعامدين ، إذا وفقط إذا كان $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$

مثال 1 إيجاد الضرب الداخلي لتحديد المتجهات المتعامدة

أوجد حاصل الضرب الداخلي للمتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلٍّ مما يأتي، ثم حدِّد ما إذا كانا متعامدين:

(a $\mathbf{u} = \langle -7, 3, -3 \rangle, \mathbf{v} = \langle 5, 17, 5 \rangle$

$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = -7(5) + 3(17) + (-3)(5)$

$-35 + 51 + (-15) = 1$

وبما أن $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} \neq 0$ ، فإن $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ غير متعامدين .

(b $\mathbf{u} = \langle 3, -3, 3 \rangle, \mathbf{v} = \langle 4, 7, 3 \rangle$

$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 3(4) + (-3)(7) + 3(3)$

$= 12 + (-21) + 9 = 0$

وبما أن $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ ، فإن $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ متعامدان.

تحقق من فهمك

أوجد حاصل الضرب الداخلي للمتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلٍّ مما يأتي، ثم حدِّد ما إذا كانا متعامدين أم لا:

(1A $\mathbf{u} = \langle 3, -5, 4 \rangle, \mathbf{v} = \langle 5, 7, 5 \rangle$

(1B $\mathbf{u} = \langle 4, -2, -3 \rangle, \mathbf{v} = \langle 1, 3, -2 \rangle$

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــل)

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(54 أيٌّ مما يأتي متجهان متعامدان؟

A $\langle 1, 0, 0 \rangle , \langle 1, 2, 3 \rangle$

B $\langle 1, -2, 3 \rangle , \langle 2, -4, 6 \rangle$

C $\langle 3, 4, 6 \rangle , \langle 6, 4, 3 \rangle$

D $\langle 3, -5, 4 \rangle , \langle 6, 2, -2 \rangle$

توضيح الحـــل

....

....

....

....

....

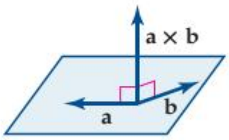
....

....

....

....

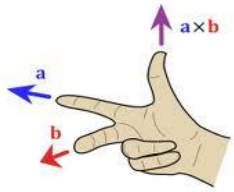
الضرب الاتجاهي هو نوع آخر من الضرب بين المتجهات في الفضاء. وبخلاف الضرب الداخلي، فإن **الضرب الاتجاهي** لمتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ هو متجه وليس عددًا، ويُرمز له بالرمز $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$، ويُقرأ $\mathbf{a}$ cross $\mathbf{b}$. ويكون المتجه $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ عموديًّا على المستوى الذي يحوي المتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$.



مفهوم أساسي — **الضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء**

إذا كان $\mathbf{a} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}, \mathbf{b} = b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k}$ ، فإن الضرب الاتجاهي للمتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ هو المتجه

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (a_2b_3 - a_3b_2)\mathbf{i} - (a_1b_3 - a_3b_1)\mathbf{j} + (a_1b_2 - a_2b_1)\mathbf{k}$$



أوجد الضرب الاتجاهي للمتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلٍّ مما يأتي، ثم بيِّن أن $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ عمودي على كلٍّ من $\mathbf{u}, \mathbf{v}$:

(12) $\mathbf{u} = \langle -1, 3, 5 \rangle, \mathbf{v} = \langle 2, -6, -3 \rangle$

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــــــــل)

55) ما حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين $\mathbf{u} = \langle 3, 8, 0 \rangle , \mathbf{v} = \langle -4, 2, 6 \rangle$ ؟

A $48\mathbf{i} - 18\mathbf{j} + 38\mathbf{k}$

B $48\mathbf{i} - 22\mathbf{j} + 38\mathbf{k}$

C $46\mathbf{i} - 22\mathbf{j} + 38\mathbf{k}$

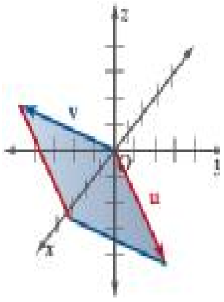
D $46\mathbf{i} - 18\mathbf{j} + 38\mathbf{k}$

توضيح الحـــل

لإيجاد مساحة متوازي الإضلاع في الفضاء حرفة المتجاوران المتجهان u , v؟

(Œ) نوجد حاصل الضرب الاتجاهي لـ U , V

(•) مساحة متوازي الأضلاع $= |u \times v|$



مثال (1) أوجد مساحة متوازي الإضلاع الذي فيه المتجهان $u = -6i - 2j + 3k , v = 4i + 3j + k$ ضلعان متجاوران فيه ؟

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــــــــل)

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

مسائل مهارات التفكير العليا

حدّد ما إذا كان كل متجهين مما يأتي متوازيين أو لا:

33) $\mathbf{m} = \langle 2, -10, 6 \rangle, \mathbf{n} = \langle 3, -15, 9 \rangle$

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــــــــل)

....

....

....

....

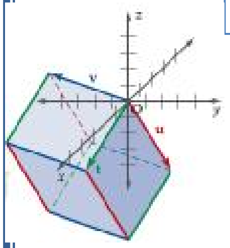
مسائل مهارات التفكير العليا

43) **تحدٍّ:** إذا كان $\mathbf{u} = \langle 4, 6, c \rangle , \mathbf{v} = \langle -3, -2, 5 \rangle$ ، فأوجد قيمة c التي تجعل $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = 34\mathbf{i} - 26\mathbf{j} + 10\mathbf{k}$.

مفهوم أساسي **الضرب القياسي للثلاثيات**

إذا كان $\mathbf{t} = t_1\mathbf{i} + t_2\mathbf{j} + t_3\mathbf{k}, \mathbf{u} = u_1\mathbf{i} + u_2\mathbf{j} + u_3\mathbf{k}, \mathbf{v} = v_1\mathbf{i} + v_2\mathbf{j} + v_3\mathbf{k}$،

فإن الضرب القياسي للثلاثيات يُعرف كالآتي $\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$



لإيجاد حجم متوازي السطوح في الفضاء أحرفه المتجاورة المتجهات u , v, t؟

(Œ) نوجد حاصل الضرب القياسي الثلاثي لـ u , v, t

(•) حجم متوازي السطوح $= |t \cdot (u \times v)|$

مثال (1)

أوجد حجم متوازي السطوح الذي فيه المتجهات $t = 2j - 5k, u = -6i - 2j + 3k, v = 4i + 3j + k$ **أحرفاً متجاورة فيه .**

(خطـــوات الحــــــــــــــــــــــــل)

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

تدرب وحل المسائل

أوجد حجم متوازى السطوح الذى فيه $\mathbf{t}, \mathbf{u}, \mathbf{v}$ أحرف متجاورة فى كل مما يأتي:

(21 $\mathbf{t} = \langle 2, -3, -1 \rangle, \mathbf{u} = \langle 4, -6, 3 \rangle, \mathbf{v} = \langle -9, 5, -4 \rangle$

شعارنا دائمـا

E

(المحبة والاحترام هي القاسم المشترك الأكبر بيننا فليس هناك تفاضل ..وبقاؤنا معا يمثل التكامل ولا نرضى بالتبادل)