بسم الله الرحمن الرحيم

شركة التنمية المتكاملة للتدريب والتعليم

مجمع مدارس السفراء

القسم الثانوي

شعبة الرياضيات ٣٣/١٤٣٣

أوراق عمل في مادة الرياضيات

للصف الثالث ثانوي مسطر

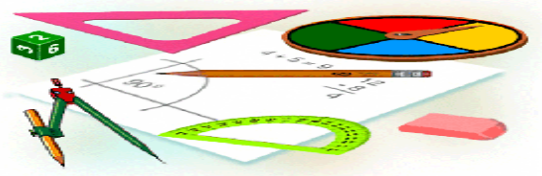
عام ٣٣ / ١٤٣٤ هـ

الفصل السادس (الإحداثيات القطبية والأعداد المركبة)

الإعداد العلمي

شعبة الرياضيات مدارس السفراء

(القسم الثانوي)



مدير المدرسة

أ/ يوسف النجيدي

وكيل المدرسة

أ/ أحمد سمير

أعلى الوزيري

اسم الطالب :- .....

فصل ٣ / .....

شعارنا طالما أنت طالب في السفراء كن سفيرا للرياضات

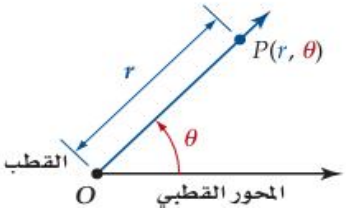
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الإحداثيات القطبية
Polar Coordinates

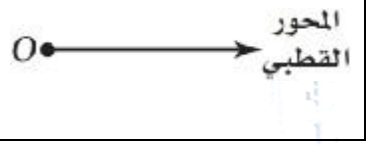
في نظام الإحداثيات القطبية، نقطة الأصل O نقطة ثابتة تُسمى **القطب**.
و**المحور القطبي** هو شعاع يمتد أفقيًّا من القطب إلى اليمين. يمكن تعيين موقع نقطة P في نظام الإحداثيات القطبية باستعمال **الإحداثيات القطبية** (r, θ) ،
حيث r المسافة المتّجهة من القطب إلى النقطة P ، و θ الزاوية المتّجهة من المحور القطبيّ إلى $\overrightarrow{OP}$.

١

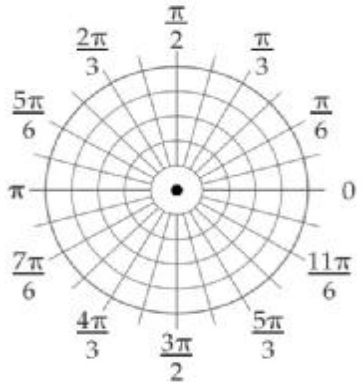
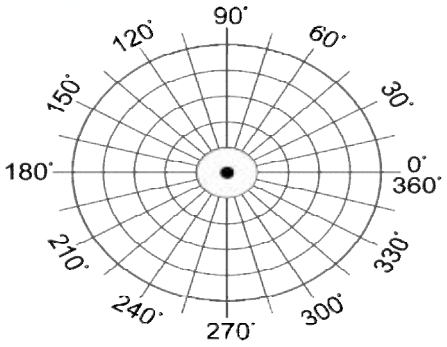
نظام الإحداثيات القطبية



مثال (1) مثل كل نقطة من النقاط الآتية:

$p_1(3, 45)$	$p_2(-1, \frac{p}{2})$	$p_3(2, -45)$
		

مثال (2) مثل كل نقطة من النقاط الآتية في المستوي القطبي.

$P\left(3, \frac{4p}{3}\right)$	$R\left(2, -135\right)$
	

$$P_1(r_1, q_1), P_2(r_2, q_2)$$

$$P_1P_2 = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + COS\,(q_2 - q_1)}$$

(المجمع الفصل الخامس)
أوراق عمل في مادة الرياضيات للصف الثالث الثانوي مطور 1434 هـ
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

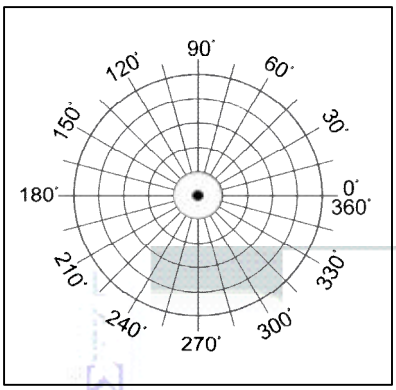
$$(r,q)\equiv(r,q\pm360)\equiv(-r,q\pm180)$$
$$\equiv(r,q\pm2p)\equiv(-r,q\pm p)$$

القانون المستعمل لإيجاد الصورة المكافئة

مثال 3)

اذاكانت $-360^\circ\le\theta\le360^\circ$ فأوجد ثلاثة ازواج مختلفة كل يمثل منها

احداثين قطبين للنقطة $T\left(1,150^0\right)$ ؟



(خطـــوات الحـــــــــــــــــل)

.....

.....

.....

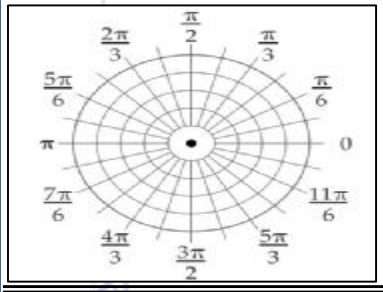
.....

.....

.....

مثال 4)

أوجـــــد زوجين كل منهمـــــا يكافئ النقطة $S\left(2,\frac{p}{6}\right)$ حيث $0\le q\le2p$ ؟



(خطـــوات الحـــــــــــــــــل)

.....

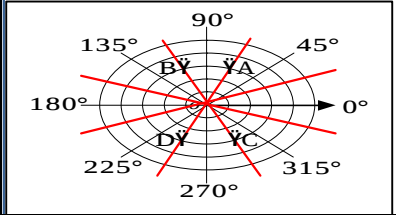
.....

.....

.....

مثال 5)

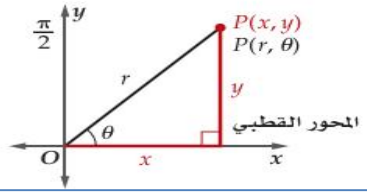
:-اختر العبارة الرياضية الصحيحة من بين العبارات الرياضية الآتية .

(Œ)	..... هـو مجموعة كل النقاط $(r\ ,\ q)$ التي تحقق معادلة قطبية معطاة							
	(a)	القطب	(b)	المحور القطبي	(c)	التمثيل القطبي	(d)	التمثيل الديكارتي
(•)	التمثيل البياني للمعادلة $r=3$ هـو منحني.....							
	(a)	الكرة	(b)	الدائرة	(c)	القطع المكافئ	(d)	القطع الزائد
(Ž)	ما المسافة بين النقطتين $P_1(4,30^\circ),P_2(3,120^\circ)$ ؟							
	(a)	$\sqrt{5}$	(b)	$\sqrt{7}$	(c)	5	(d)	7
(•)	ما المسافة بين النقطتين $P_1(2,\frac{p}{6}),P_2(5,\frac{2p}{3})$ ؟							
	(a)	29	(b)	$\sqrt{29}$	(c)	7	(d)	3
(•)	ما النقطة التي تمثل $(3,\frac{p}{3})$ في المستوي القطبي في الشكل المجاور ؟ 							
	(a)	A	(b)	B	(c)	C	(d)	D

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مفهوم أساسي

تحويل الإحداثيات القطبية إلى الإحداثيات الديكارتية



إذا كان للنقطة P الإحداثيات القطبية (r, θ) ، فإن الإحداثيات الديكارتية (x, y) للنقطة P هي:

$$x = r\cos\theta \quad , \quad y = r\sin\theta$$

أي أن $(x, y) = (r\cos\theta, r\sin\theta)$.

$$P(x, y) \Leftrightarrow (r\cos q, r\sin q)$$

مثال 1)

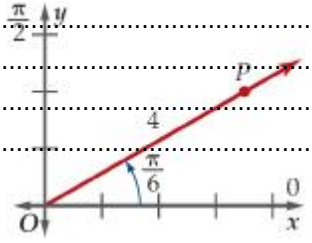
:-اختر العبارة الرياضية الصحيحة من بين العبارات الرياضية الآتية .

(Œ)	ما الإحداثيات الديكارتية للنقطة التي إحداثيتها القطبية $S\left(2, \frac{p}{3}\right)$ ؟							
	(a)		(b)		(c)		(d)	
(•)	ما الإحداثيات القطبية للنقطة إحداثيتها الديكارنيه $(1,1)$ ؟							
	(a)		(b)		(c)		(d)	
(Ž)	ما المعادلة في صورتها القطبية التي تمثل المعادلة في صورتها $x^2 + y^2 = 9$ ؟							
	(a)	r=81	(b)	r=9	(c)	r=3	(d)	r=-9
(•)	ما الصورة الديكارتية للمعادلة التي صورتها القطبية هي $r=2\cos c$ ؟							
	(a)		(b)		(c)		(d)	

مثال 2)

حول الإحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية

تدرب وحل المسائل

$P\left(4, \frac{\pi}{6}\right)$	$T\left(-6, -120^\circ\right)$
توضيح الحـــل ....  	توضيح الحـــل ....

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

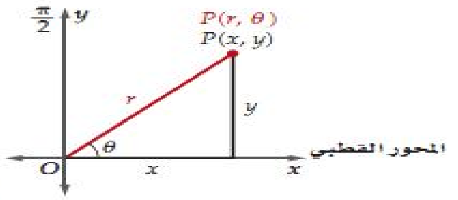
مفهوم أساسي: تحويل الإحداثيات الديكارتية إلى الإحداثيات القطبية

إذا كان للنقطة P الإحداثيات الديكارتية (x, y) ، فإن الإحداثيات القطبية (r, θ) للنقطة P هي:

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ، $\theta = \mathrm{Tan}^{-1} \frac{y}{x}$ ، عندما $x > 0$

أو $\theta = \mathrm{Tan}^{-1} \frac{y}{x} + \pi$ ، عندما $x < 0$

أو $\theta = \mathrm{Tan}^{-1} \frac{y}{x} + 180°$.



مثال (3) حـــول الإحداثيات الديكارتية للنقطة $T\left(1, \sqrt{3}\right)$ إلى الاحداثيات القطبية

تدرب وحل المسائل

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــــــــــــــل)

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

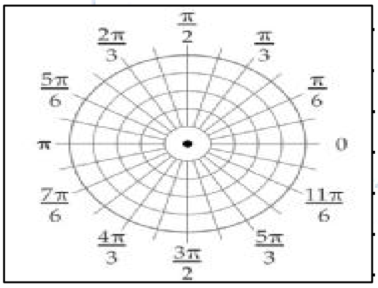
مثال (4) اكتب المعادلة $r = 2\cos\theta$ علي الصورة الديكارتية ، وحدد نوع تمثلها البياني؟

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــــــــل)

....

....

....



....

....

....

....

....

مثال (5) حدد شكل التمثيل البياني للمعادلة $x^2 - y^2 = 1$ ثم اكتب المعادلة علي الصورة القطبية

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــل)

....

....

....

....

....

....

....

(المتجــــــهـــــات) الفـــــصل الخامس

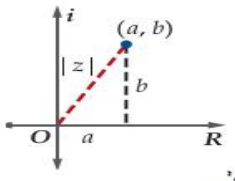
أوراق عمل في مادة الرياضيات للصف الثالث الثانوي مطـور 1434 هـ

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

بسم الله الرحمن الرحيم

مفهوم أساسي القيمة المطلقة لعدد مركب

القيمة المطلقة للعدد المركب $C = a + ib$ هي:



المقياس (القيمة المطلقة) $|C| = \sqrt{a^2 + b^2}$

السعة (ثيتـــا) $a > 0$, $\theta = \tan^{-1}(\frac{b}{a})$. $\frac{\pi}{180}$

الصورة القطبية $C = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

تدرب

اوجـد المقياس والسعة للعدد المركب $C = 3 + 4i$

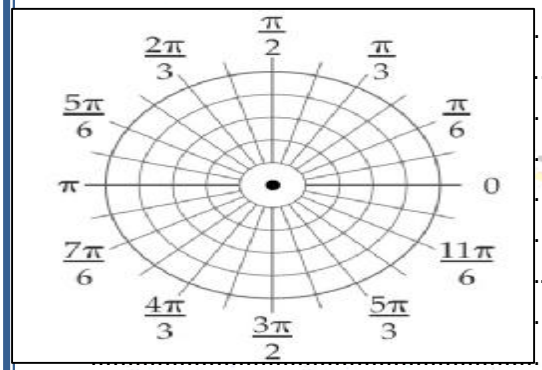
خطـــوات الحـــل

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

مثال (1)

مثل العـــدد $C = 2(\cos\frac{p}{6} + i\sin\frac{p}{6})$ ثم عبر عنة في الصورة الديكارتية ؟

(خطـــوات الحـــــــــــــل)



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

مثال (2)

:- أكمـل العبارات الرياضية الآتية بعبارة رياضية صحيحة .

Œ	إذا كـــان $c = -3 + 4i$ فان $\|C\|$ تسـاوي.....
•	سعـة العدد المركـــب $z = 1 + \sqrt{3}i$ تسـاوي.....
Ž	الصورة القطبية للعـدد المركب $C = 1 + \sqrt{3}i$ هـي .....
•	الصورة الديكارتية للعدد المركب $C = 8(\cos\frac{p}{4} + i\sin\frac{p}{4})$ هـي .....

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مفهوم أساسي

ضرب الأعداد المركبة على الصورة القطبية وقسمتها

للعددين المركبين $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$ ، $z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$ ، فإن:

صيغة الضرب $z_1 z_2 = r_1 r_2[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)]$

صيغة القسمة $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1 - \theta_2) + i\sin(\theta_1 - \theta_2)]$ ، حيث $z_2 \neq 0$ ، $r_2 \neq 0$

نظرية

نظرية ديموافر

إذا كان $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ عددًا مركبًا على الصورة القطبية، وكان n عددًا صحيحًا موجبًا، فإن:

$$z^n = [r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$$

مثال (1)

إذا كان $z_1 = 4(\cos\frac{2p}{3} + i\sin\frac{2p}{3})$, $z_2 = 2(\cos\frac{p}{3} + i\sin\frac{p}{3})$

فـــــــاوجـــــــد $Z_1 . Z_2$ (1) , $\frac{Z_1}{Z_2}$ (2)

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــل)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مثال (2)

إذا كان $C=2(\cos\frac{p}{6}+i\sin\frac{p}{6})$ فـاوجد C^6 في الصورة الديكارتية ؟

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــــــــــل)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

إذا كان $C=2(\cos\frac{p}{12}+i\sin\frac{p}{12})$ فـاوجد C^6 في الصورة الديكارتية ؟

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــــــــــل)

.....

.....

.....

مثال (3)

إذا كان $C=1+\sqrt{3}i$ فـاوجـد C^6 مستخدما نظرية الديموافر؟

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــــــــــل)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مفهوم أساسي — **الجذور المختلفة**

لأي عدد صحيح موجب n، فإن للعدد المركب $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ، n من الجذور النونية المختلفة ويمكن إيجادها باستعمال الصيغة :

$$r^{\frac{1}{n}}\left(\cos\frac{\theta+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)$$

حيث $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.

مثال (4)

اوجـــــد الجذور التكعيبية للواحد الصحيح؟

(خطـــوات الحـــــــــــــــــــــــل)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

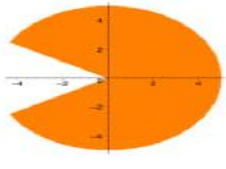
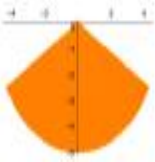
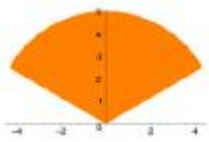
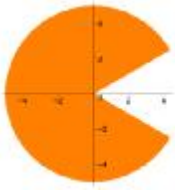
اوجـــــد الجذور التربيعية للواحد الصحيح؟

.....

.....

مثال (5)

:-اختر العبارة الرياضية الصحيحة من بين العبارات الرياضية الآتية .

(Œ)	إذا كانت $P_1=(3,195^\circ)$ ، $P_2=(r,15^\circ)$ ، فإن قيمة r التي تجعل المسافة بين النقطتين $(P_1P_2)=5$ هي							
	(a)	2	**(b)**	3	**(c)**	−3	**(d)**	−2
(•)	ناتج العبارة الرياضية $\left(2(\cos15^\circ + i\sin15^\circ)\right)^3$ بالصورة الديكارتية هـــو.....							
	(a)	$3+3i$	**(b)**	$4+4i$	**(c)**	$3\sqrt{2}+3\sqrt{2}\,i$	**(d)**	$4\sqrt{2}+4\sqrt{2}\,i$
(Ž)	المنطقة التي تتكون من جميع النقاط التي احداثياتها القطبية تحقق الشرطين $r\geq 0$ ، $\frac{\pi}{6}\leq\theta\leq\frac{5\pi}{6}$ هي							
	(a)		**(b)**		**(c)**		**(d)**	

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com