

تو عرب

موقع تو عرب التعليمي

www.arabia2.com/vb

تذكر أن :

الشكل المركب : يتكون الشكل المركب من شكلين بسيطين أو أكثر.

مساحة الشكل المركب : تساوي مجموع مساحات الأشكال التي يتكون منها

قوانين المساحة

الشكل	التعبير اللفظي	بالرموز
متوازي الأضلاع	مساحة متوازي الأضلاع هي حاصل ضرب القاعدة في الارتفاع.	$م = ق \times ع$
المثلث	مساحة المثلث هي نصف حاصل ضرب قاعدته في ارتفاعه .	$م = \frac{1}{2} \times ق \times ع$
شبه المنحرف	مساحة شبه المنحرف هي نصف ضرب الارتفاع في مجموع القاعدتين .	$م = \frac{1}{2} \times (ق_1 + ق_2) \times ع$
الدائرة	مساحة الدائرة هي حاصل ضرب ط في مربع نصف القطر .	$م = ط \times نق^2$

إرشادات للدراسة

نصف دائرة
مساحة نصف الدائرة هي
 $\frac{1}{2} \times$ مساحة الدائرة =
 $\frac{1}{2} \times ط \times نق^2$

$ط = ٣.١٤$

ع = الارتفاع

ق = طول القاعدة

السؤال : مساحة الشكل المركب تساوي م^٢

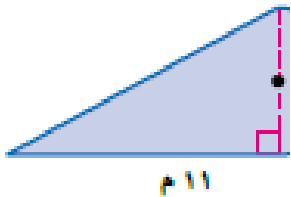
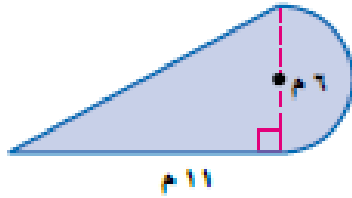
(أ) ٤٧.١

(ب) ١٤.١

(ج) ٣٣

(د) ٧٤

الاجابة



almanahj.com/sa

يمكن تقسيم الشكل إلى نصف دائرة ومثلث.

مساحة المثلث

$م = \frac{1}{2} \times ق \times ع$

$م = \frac{1}{2} \times ١١ \times ٦$

$م = ٣٣$

مساحة الشكل $\approx ٣٣ + ١٤,١ = ٤٧,١$ متراً مربعاً.

مساحة نصف الدائرة

$م = \frac{1}{2} \times ط \times نق^2$

$م = \frac{1}{2} \times ٣,١٤ \times ١,٥^2$

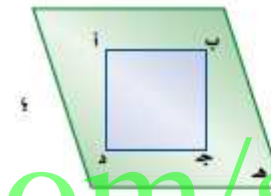
$م \approx ١٤,١$

تذكر أن :

الأشكال المستوية : لها بعدان فقط طول وعرض

الأشكال ثلاثية الأبعاد : لها ثلاثة أبعاد طول وعرض وارتفاع

المفردات المتعلقة بالمجسمات : الحرف ، الوجه ، الرأس ، القطر



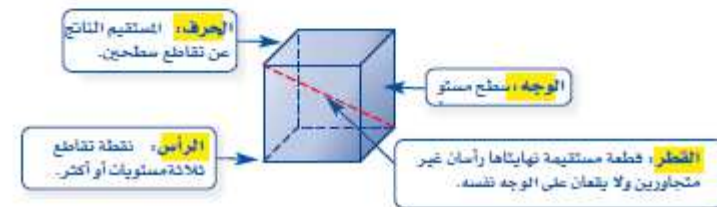
يبين الشكل المجاور المستطيل أ ب ج د ، والمستقيمين أ ب ، د ج اللذين يقعان في المستوى نفسه، وهما مستقيمان متوازيان أيضًا لأنهما لا يتقاطعان مهما امتدّا.

وكما علمنا أن المستقيمين في المستوى إما أن يكونا متقاطعين أو متوازيين، فإنه في المقابل هناك ثلاثة أوضاع لعلاقة مستويين في الفضاء هي:

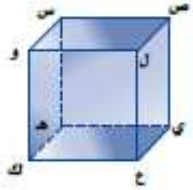


ويمكن أن تكون المستويات المتقاطعة أيضًا شكلًا ثلاثي الأبعاد أو **مجسمًا**.

ومتعدد الأسطح مجسم له أسطح مستوية عبارة عن مضلعات. ومن المفردات المتعلقة بالمجسمات: الحرف، والوجه، والرأس، والقطر.



لاحظ أن القطعتين المستقيمتين $\overline{س ص}$ و $\overline{ل ع}$ في الشكل المجاور غير متقاطعتين، وغير متوازيتين؛ لأنهما لا تقعان في المستوى نفسه. ويُسمى المستقيمان اللذان لا يتقاطعان ولا يقعان في المستوى نفسه **مستقيمين متخالفين**.



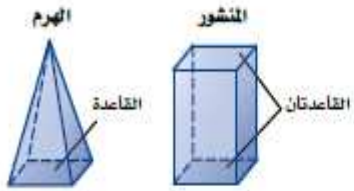
المنشور والهرم مجسمان معروفان. ويعتمد

اسم كل منهما على شكل قاعدته.

المنشور مجسم له وجهان متوازيان ومتطابقان

يُسميان **القاعدتين**. والهرم مجسم قاعدته

الرجولية مضلع وأوجهه مثلثات.



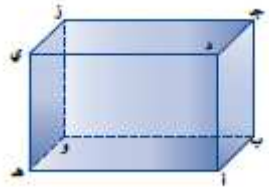
السؤال : املا الفراغات التالية :

مستويان متوازيان ، مستقيمان متخالفان ، مستويان متقاطعان

هـ و ز وَ أ ب ج مستويان متوازيان

ج ز وَ هـ ي مستقيمان متخالفان

أ د ج وَ ج د ي مستويان متقاطعان



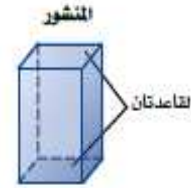
ملاحظة :

- المستوى يرمز له بثلاثة احرف مثل هـ و ز

- المستقيم يرمز له بحرفين وفوقهما خط ج ز

تذكر أن :

المنشور مجسم له قاعدتان مضلعتان متوازيان ومتطابقان



حجم المنشور ح = م × ع

حجم منشور رباعي

قاعدته على شكل رباعي

ح = م × ع
ح = ع × ل × ض × ع

حجم منشور ثلاثي

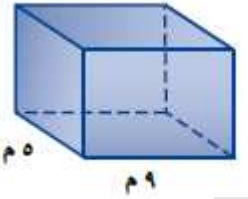
قاعدته على شكل مثلث

ح = م × ع
ح = ع × (ع × ق × 1/2)

مساحة الرباعي = ل × ض × ع

مساحة المثلث = ق × ع × ع

السؤال ١: حجم المنشور الرباعي = م م^٣

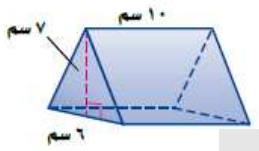


- (أ) ٢٩٢.٥ (ب) ٤٥ (ج) ٥٨.٥ (د) ١٤٦.٢٥

الاجابة -

ح = م × ع
ح = (ل × ض × ع) × م
ل = ٩، ض = ٥، ع = ٦,٥
ح = ٢٩٢,٥
فيكون حجم المنشور ٢٩٢,٥ م^٣.

السؤال ٢: حجم المنشور الثلاثي = سم سم^٣



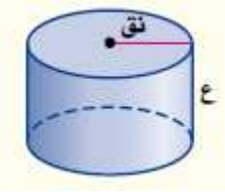
- (أ) ٢١٠ (ب) ٧٠ (ج) ٦٠ (د) ٤٢٠

الاجابة -

ح = م × ع
ح = (ل × ض × ع × 1/2) × م
ل = ٧، ض = ٦، ع = 10، م = 7
ح = ٢١٠
الحجم هو ٢١٠ سم^٣.

almanahj.com/sa

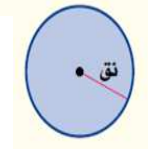
الاسطوانة مجسم له قاعدتان دائرتان متوازيان ومتطابقان



ح = م × ع

تذكر ان مساحة الدائرة م = م = ط × نق × ٢

فان حجم الاسطوانة = ح ← ح = ط × نق × ع



ملاحظة :

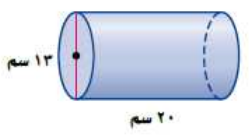
تأكد من ان المعطى في السؤال هو نق (نصف القطر)، اما اذا كان القطر فيجب عليك قسمته على ٢ لاجاد نصف القطر

السؤال ٣: حجم اسطوانة قطرها ١٣ سم وارتفاعها ٢٠ سم ≈ سم^٣

- (أ) ٢٦٥٤.٦ (ب) ١٣٢٧ (ج) ١٣٠ (د) ١٣٠٠

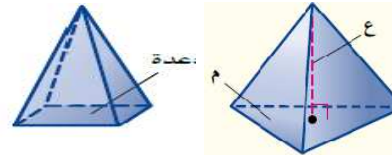
الاجابة -

بما أن القطر يساوي ١٣ سم، فإن نصف القطر يساوي ٦,٥ سم.
ح = ط × نق × ع
ح = ط × (٦,٥) × ٢٠
ح ≈ ٢٦٥٤,٦
الحجم يساوي ٢٦٥٤,٦ سم^٣ تقريباً.



تذكر أن :

الهرم : مجسم قاعدته الوحيدة مضلع وأوجهه مثلثات



استنتاج : حجم الهرم = $\frac{1}{3}$ × حجم المنشور (المساوي له في مساحة القاعدة و الارتفاع)

حجم الهرم = $ع \times م \times \frac{1}{3}$

حجم هرم رباعي

$ع \times م \times \frac{1}{3} = ح$
 $ع \times ل \times ط \times \frac{1}{3} = ح$

حجم هرم ثلاثي

$ع \times م \times \frac{1}{3} = ح$
 $ع \times (ع \times ق \times \frac{1}{3}) \times \frac{1}{3} = ح$

الهرم الثلاثي قاعدته على شكل مثلث ، الهرم الرباعي قاعدته على شكل رباعي

السؤال ١ : حجم الهرم الرباعي الذي ارتفاعه ٥ م وقاعدته مربع طول ضلعه ٢ م

- (أ) ٦.٧ (ب) ٢٠ (ج) ٠.٧٥ (د) ٣.٧٥

الاجابة -

$ع \times م \times \frac{1}{3} = ح$

$٥ \times (٢ \times ٢) \times \frac{1}{3} = ح$

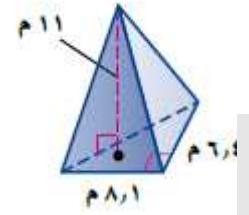
$٢٠ \times \frac{1}{3} = ح$

$ح = ٦.٧ م$

السؤال ٢ : حجم الهرم الثلاثي ≈ م

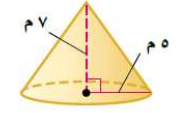
- (أ) ٩٥ (ب) ٥٩ (ج) ١٩٠ (د) ٣٦٠

الاجابة -



حجم الهرم : $ع \times م \times \frac{1}{3} = ح$
 $ح = \frac{1}{3} \times (٦,٤ \times ٨,١) \times ١١$
 $ح = ٩٥,٠٤$
 فيكون الحجم ٩٥ م تقريباً .

المخروط : مجسم له قاعدة دائرية ، و سطح منحن يصل القاعدة والراس



استنتاج : حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ × حجم الاسطوانة (المساوي له في مساحة القاعدة و الارتفاع)

حجم المخروط

التعبير اللفظي : حجم المخروط (ح) الذي نصف قاعدته نق يساوي ثلث ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) بالارتفاع (ع) .

نموذج :

بالرموز : $ح = \frac{1}{3} \times م \times ع$

السؤال ٣ : حجم المخروط ≈ ملم^٣

- (أ) ١٣١.٩ (ب) ٤٢ (ج) ٣٩٥.٦٤ (د) ٥٩٥.٦

الاجابة -

$ح = \frac{1}{3} \times ط \times نق^٢$

حجم المخروط .

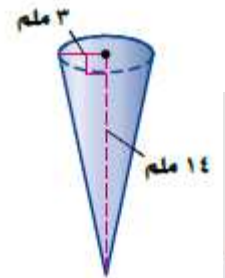
$ح = \frac{1}{3} \times ط \times ٣^٢ \times ١٤$

نق = ٣ ، ع = ١٤ .

$ح \approx ١٣١,٩$

بسط ، استعمل الآلة الحاسبة (π = ط) .

فيكون الحجم ١٣١,٩ ملم^٣ تقريباً .



$ح = ع \times م \times \frac{1}{3}$ ← $ح = ع \times ط \times نق^٢ \times \frac{1}{3}$

تذكر أن :

الوجه الجانبي لمجسم : هو أي سطح مستو وليس القاعدة

المساحة الجانبية لسطح مجسم : هي مجموع مساحات الأوجه الجانبية له.

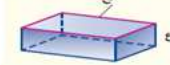
المساحة الكلية لسطح مجسم : هي مجموع مساحات جميع أوجهه

المساحة الجانبية للمنشور \rightarrow مح \times ع

المساحة الجانبية لمنشور رباعي

المساحة الجانبية لمنشور ثلاثي

\rightarrow مح \times ع = ج
 \rightarrow ح = (٢ طول + ٢ عرض) \times ع



\rightarrow مح \times ع = ج
 \rightarrow (مجموع أطوال أضلاع القاعدة) \times ع



مح = المحيط

المساحة الكلية للمنشور ك = ج + ٢ \times م

تذكر : خطوات إيجاد المساحة الجانبية والكلية لمجسم :

(٢) إيجاد مساحة القاعدة

(١) إيجاد محيط القاعدة

(٤) إيجاد المساحة الكلية

(٣) إيجاد المساحة الجانبيه

تذكر خطوات إيجاد

- (١) المساحة الجانبية
- (٢) المساحة الكلية

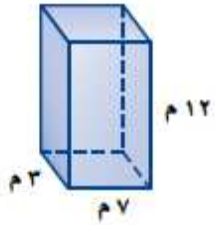
السؤال ١ : المساحة الجانبية لسطح منشور رباعي = م^٢

- (أ) ٢٤٠ (ب) ٢٠ (ج) ٢١ (د) ٢٨٢

السؤال ٢ : المساحة الكلية لسطح منشور رباعي = م^٢

- (أ) ٢٨٢ (ب) ٢٠ (ج) ٢١ (د) ٢٤٠

- الاجابة



نبدأ بإيجاد المحيط والمساحة للقاعدتين.

مساحة القاعدة	محيط القاعدة
ق = الطول \times العرض	مح = ٢ الطول + ٢ العرض
ق = ٣ \times ٧ = ٢١	مح = (٧) ٢ + (٣) ٢ = ٢٠

استعمل هذه المعلومات لإيجاد المساحة الجانبية والكلية للمنشور.

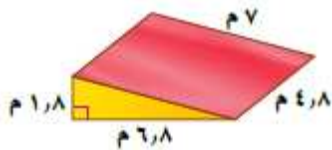
المساحة الجانبية	المساحة الكلية
ج = مح \times ع	ك = ج + ع \times م
ج = ٢٠ \times ١٢ = ٢٤٠	ك = ٢٠ + ٢١ \times ١٢ = ٢٨٢

فتكون المساحة الجانبية ٢٤٠ م^٢، والمساحة الكلية ٢٨٢ م^٢.

السؤال ٣ : المساحة الكلية لسطح منشور ثلاثي = م^٢

- (أ) ٨٧.١٢ (ب) ١٥.٦ (ج) ٦.١٢ (د) ١٢.١٢

- الاجابة



مساحة القاعدة

ق = $\frac{1}{2}$ \times القاعدة \times الارتفاع
 ق = $\frac{1}{2}$ \times (٦ ، ٨) \times ١٢ = ٦ ، ١٢

استعمل هذه المعلومات لإيجاد المساحة الكلية.

محيط القاعدة	ك = مح + ع \times م
مح = ٧ + ٦ + ٨ + ١ + ٨ = ١٥ ، ٦	ك = ١٥ ، ٦ + ١٢ \times ٢ + ٤ ، ٨ \times ١٢ = ٨٧ ، ١٢

المساحة الكلية للمنشور. ق = ٦ ، ١٢ = ع ، ٨ ، ٦ = م

بسط. المساحة الكلية هي ٨٧ ، ١٢ م^٢. قارن الإجابة بالمساحة المقطرة.

تذكر أن :

المساحة الجانبية لسطح الأسطوانة

التعبير اللفظي: المساحة الجانبية (ج) لسطح أسطوانة ارتفاعها (ع) ونصف قطر قاعدتها (نق) هي حاصل ضرب محيط القاعدة (مح) في الارتفاع (ع).

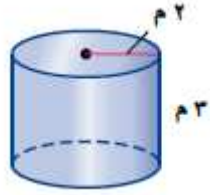
بالرموز: $ج = مح \times ع$ ← $ج = ٢ \times ط \times نق \times ع$

السؤال ١: المساحة الجانبية لسطح الاسطوانة = م^٢

(أ) ٣٧.٧ (ب) ٧٣.٧ (ج) ٧٣.٣ (د) ٦٢.٨

السؤال ٢: المساحة الكلية لسطح الاسطوانة = م^٢

(أ) ٦٢.٨ (ب) ٧٣.٧ (ج) ٧٣.٣ (د) ٣٧.٧



الإجابة -

المساحة الكلية	المساحة الجانبية
$ك = ج + ٢ ط نق^٢$	$ج = ٢ ط نق ع$
$ك = ٣٧,٧ + ٢ ط (٢)^٢$	$ج = ٢ ط ٢ \times ٣$
$ك \approx ٦٢,٨$	$ج \approx ٣٧,٧$

المساحة الجانبية للأسطوانة ٣٧,٧ م^٢ تقريباً، والمساحة الكلية ٦٢,٨ م^٢ تقريباً.



المساحة الكلية للأسطوانة ك = ج + ٢ ط نق^٢
ك = ج + ٢ ط نق^٢

إرشادات للدراسة

أسطوانات

صنخ المساحة الجانبية والكلية للأسطوانة تشبه الصنخ الهناظرة لها للمنشور .

ففي المنشور:

$ج = مح \times ع$

وبها أن قاعدة الأسطوانة دائرية، فإن محيطها هو محيط الدائرة .

وفي المنشور:

$ك = ج + ٢ ط$

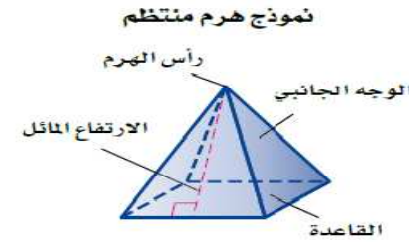
وبها أن قاعدة الأسطوانة دائرية، فإن مساحتها هي مساحة الدائرة ط نق^٢ .

تذكر أن :

الهرم المنتظم؛ هرم قاعدته مضلع منتظم ، وأوجهه الجانبية مثلثات متطابقة وكل منها متطابق الساقين

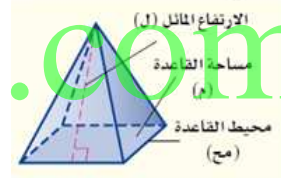
الارتفاع المائل : هو ارتفاع كل وجه جانبي من الهرم ويرمز له

بالرمز ل



وتذكر:

الشكل	مساحته	محيطه
المثلث	$\frac{1}{2} \times ق \times ع$	مح = مجموع أطوال أضلاعه
الهرم	$م = (\text{طول الضلع})^2$	مح = $4 \times \text{طول الضلع}$



$$\text{المساحة الجانبية للهرم} = \frac{1}{2} \times \text{مح} \times ل$$

المساحة الجانبية لهرم رباعي منتظم

المساحة الجانبية لهرم ثلاثي منتظم

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times \text{مح} \times ل$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (\text{طول ضلع القاعدة} \times 4) \times ل$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times \text{مح} \times ل$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (\text{مجموع أطوال أضلاع القاعدة}) \times ل$$

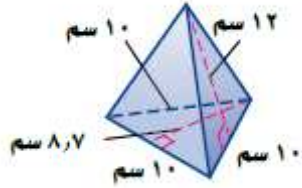
$$\text{المساحة الكلية للهرم} = ك + ج + م$$

السؤال ١ : المساحة الجانبية لسطح الهرم الثلاثي = سم^٢

(أ) ١٨٠ (ب) ٣٦٠ (ج) ٨٧ (د) ٢٢٣,٥

السؤال ٢ : المساحة الكلية لسطح الهرم الثلاثي = سم^٢

(أ) ٢٢٣,٥ (ب) ٨٧ (ج) ٣٦٠ (د) ١٨٠



- **الاجابة**

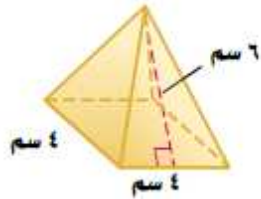
$$\begin{aligned} \text{ج} = ل & \Rightarrow \text{ج} = ١٢ \\ \text{ك} = ج + م & \Rightarrow \text{ك} = ١٢ + ٤٣,٥ = ٥٥,٥ \\ \text{ج} = \frac{1}{2} \times ١٢ \times ٣٠ & \Rightarrow \text{ج} = ١٨٠ \\ \text{ك} = ١٨٠ + ٤٣,٥ & \Rightarrow \text{ك} = ٢٢٣,٥ \\ \text{المساحة الجانبية لسطح الهرم } ١٨٠ \text{ سم}^2, & \text{ والمساحة الكلية له } ٢٢٣,٥ \text{ سم}^2. \end{aligned}$$

السؤال ٣ : المساحة الجانبية لسطح الهرم الرباعي = سم^٢

(أ) ٤٨ (ب) ٩٨ (ج) ٤٩ (د) ٦٤

السؤال ٤ : المساحة الكلية لسطح الهرم الرباعي = سم^٢

(أ) ٦٤ (ب) ٩٨ (ج) ٤٨ (د) ٤٩



- **الاجابة**

$$\begin{aligned} \text{المساحة الجانبية} & \Rightarrow \frac{1}{2} \times \text{مح} \times ل \\ \text{ج} = \frac{1}{2} \times \text{مح} \times ل & \Rightarrow \text{ج} = \frac{1}{2} \times ٦ \times ٤ = ١٢ \\ \text{المساحة الكلية} & \Rightarrow ك = ج + م \\ \text{ك} = ج + م & \Rightarrow \text{ك} = ١٢ + ٤٨ = ٦٠ \\ \text{ك} = ٦٤ & \Rightarrow \text{ك} = ٦٤ \text{ سم}^2 \end{aligned}$$