المملكة العربية السعودية

وزارة التعليم
Ministry of Education

رياضيات ١

التعليم الثانوي - نظام المقررات
(البرنامج المشترك)

كتاب التمارين

طبعة ١٤٣٨ـ ١٤٣٩هـ
٢٠١٧ـ ٢٠١٨م

المملكة العربية السعودية

وزارة التعليم
Ministry of Education

قررت وزارة التعليم تدريس
هذا الكتاب وطبعه على نفقتها

رياضيات ١

التعليم الثانوي
(نظام المقررات)

(البرنامج المشترك)

كتاب التمارين

قام بالتأليف والمراجعة
فريق من المتخصصين

طبعة ١٤٣٨ ـ ١٤٣٩هـ
٢٠١٧ ـ ٢٠١٨م

يُوزع مجّاناً ولا يُباع

ⓒ وزارة التعليم ، ١٤٣٧هـ

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر
وزارة التعليم
رياضيات ١ – التعليم الثانوي – نظام المقررات – (البرنامج المشترك).
وزارة التعليم.– الرياض ، ١٤٣٧هـ
٣٢ ص ؛ ٢٧,٥ x ٢١سم
ردمك : ١ – ٣٤٦ – ٥٠٨ – ٦٠٣ – ٩٧٨

أ– الرياضيات – كتب دراسية ٢– التعليم الثانوي –
السعودية – كتب دراسية أ. العنوان
ديوي ٥١٠،٧١٢ ١٤٣٧/١٠٣٥٤

رقم الإيداع : ١٤٣٧/١٠٣٥٤
ردمك : ١- ٣٤٦- ٥٠٨- ٦٠٣- ٩٧٨

لهذا المقرر قيمة مهمة وفائدة كبيرة فلنحافظ عليه، ولنجعل نظافته تشهد على حسن سلوكنا معه.

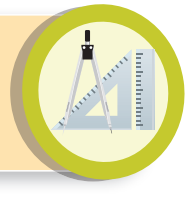
إذا لم نحتفظ بهذا المقرر في مكتبتنا الخاصة في آخر العام للاستفادة ، فلنجعل مكتبة مدرستنا تحتفظ به.

حقوق الطبع والنشر محفوظة لوزارة التعليم ـ المملكة العربية السعودية

موقع وزارة التعليم
www.moe.gov.sa

موقع مشروع الرياضيات والعلوم الطبيعية
www.obeikaneducation.com

البريد الإلكتروني :
لقسم الرياضيات - الإدارة العامة للمناهج
math.cur@moe.gov.sa



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

المقدمة

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على نبينا محمد، وعلى آله وصحبه.

عزيزي الطالب، نقدّم لك هذا الكتاب، الذي يضمّ العديد من التمارين المتنوعة والشاملة لكل درس، وهي امتداد للتمارين الواردة في كتابك المدرسي. وقد أعدت هذه التمارين بعناية؛ لتساعدك على التعلُّم، وتُفسح لك المجال للتدرّب على المهارات الأساسية لكل درس.

وقد خُصِّص لكل تمرين فراغ، لتدوّن إجابتك فيه. ولا يتسع هذا الفراغ – غالبًا – إلا للإجابة النهائية، وهذا لا يمنع أن تستعمل أوراقًا إضافية لتدوّن فيها خطوات حلّك.

ويمكنك حلّ هذه التمارين داخل الفصل تحت إشراف معلمك وتوجيهه، وقد يحدد لك المعلم بعضًا منها لتكون واجبًا منزليًّا.

وإنا – إذ نقدم لك عزيزي الطالب هذا الكتاب– لنأمل أن يجعل لتعلُّم مادة الرياضيات متعة أكثر، وفائدة أكبر.

والله ولي التوفيق

الفهرس

الفصل الأول:

التبرير والبرهان

1-1 التبرير الاستقرائي والتخمين ____ 6
1-2 المنطق ____ 7
1-3 العبارات الشرطية ____ 8
1-4 التبرير الاستنتاجي ____ 9
1-5 المسلّمات والبراهين الحرة ____ 10
1-6 البرهان الجبري ____ 11
1-7 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة ____ 12
1-8 إثبات علاقات بين الزوايا ____ 13

الفصل الثاني:

التوازي والتعامد

2-1 المستقيمان والقاطع ____ 14
2-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية ____ 15
2-3 إثبات توازي مستقيمين ____ 16
2-4 ميل المستقيم ____ 17
2-5 صيغ معادلة المستقيم ____ 18
2-6 الأعمدة والمسافة ____ 19

الفصل الثالث:

المثلثات المتطابقة

3-1 تصنيف المثلثات ____ 20
3-2 زوايا المثلثات ____ 21
3-3 المثلثات المتطابقة ____ 22
3-4 إثبات تطابق المثلثات *SAS* , *SSS* ____ 23
3-5 إثبات تطابق المثلثات *AAS* , *ASA* ____ 24
3-6 المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع ____ 25
3-7 المثلثات والبرهان الإحداثي ____ 26

الفصل الرابع:

العلاقات في المثلث

4-1 المنصّفات في المثلث ____ 27
4-2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث ____ 28
4-3 المتباينات في المثلث ____ 29
4-4 البرهان غير المباشر ____ 30
4-5 متباينة المثلث ____ 31
4-6 المتباينات في مثلثين ____ 32

الفصل الأول: التبرير والبرهان

1 - 1 التبرير الاستقرائي والتخمين

اكتب تخمينًا يصف النمط في كل متتابعة مما يأتي، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كلٍّ منها:

1) ...

2) $5, -10, 15, -20 \ldots$

3) $-2, 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8} \ldots$

4) $12, 6, 3, 1.5, 0.75 \ldots$

ضع تخمينًا لكل قيمة أو علاقة هندسية مما يأتي، وأعط أمثلة عددية أو ارسم أشكالًا تساعد على الوصول إلى هذا التخمين.

5) $\angle ABC$ قائمة.

6) النقاط R,S,T على استقامة واحدة، والنقطة S تقع بين R و T.

7) P, Q, R, S ليست على استقامة واحدة، و $\overline{PQ} \cong \overline{QR} \cong \overline{RS} \cong \overline{SP}$

8) $ABCD$ متوازي أضلاع.

حدد ما إذا كان أيٌّ من التخمينات الآتية صحيحًا أو خاطئًا ، فإذا كان التخمين خاطئًا، فأعط مثالًا مضادًّا :

9) **المعطيات:** تقع النقاط S, T, U على استقامة واحدة و $ST = TU$
التخمين: النقطة T هي منتصف $\overline{SU}$

10) **المعطيات:** $\angle 1$ و $\angle 2$ متجاورتان.
التخمين: $\angle 1$ و $\angle 2$ متجاورتان على مستقيم.

11) **المعطيات:** $\overline{GH}$ و $\overline{JK}$ تشكلان زاوية قائمة وتتقاطعان في النقطة P.
التخمين: $\overline{GH} \perp \overline{JK}$

12) **مرض الحساسيّة:** يبدأ راشد بالعطاس عندما تزهر الأشجار في فصل الربيع، وعندما تمطر السماء، وقد علّل راشد أسباب حساسيته بأنها مرتبطة بفصل الربيع.

1 - 2 المنطق

استعمل العبارات p , q , r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه، ثم أوجد قيمة الصواب لها، مبررًا إجابتك.

p: في الدقيقة الواحدة 60 ثانية.

q: الزاويتان المتكاملتان المتطابقتان قياس كلٍّ منهما $90°$

r: $-12 + 11 < -1$

1) $p \wedge q$

2) $q \vee r$

3) $\sim p \vee q$

4) $\sim p \wedge \sim r$

أكمل جدولَي الصواب الآتيين:

5)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$	$p \wedge (\sim p \vee \sim q)$
T	T				
T	F				
F	T				
F	F				

6)

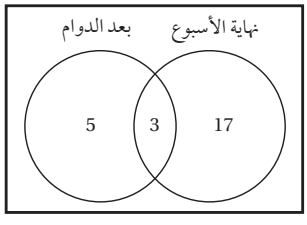
p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$q \wedge (\sim p \vee q)$
T	T			
T	F			
F	T			
F	F			

أنشئ جدول صواب لكلٍّ من العبارتين المركبتين الآتيتين :

7) $q \vee (p \wedge \sim q)$

8) $\sim q \wedge (\sim p \vee q)$

يبيّن شكل ڤن المجاور عدد الموظفين الذين يعملون في إجازة نهاية الأسبوع أو بعد نهاية الدوام الرسمي في إحدى الشركات.



9) ما عدد الموظفين الذين يعملون بعد الدوام وفي نهاية الأسبوع؟

10) ما عدد الموظفين الذين يعملون بعد الدوام أو في نهاية الأسبوع؟

1 - 3 العبارات الشرطية

حدِّد الفرض والنتيجة في كلٍّ من العبارتين الشرطيتين الآتيتين:

1) إذا كان $3x + 4 = -5$ ، فإن $x = -3$

2) إذا التحقت بنادي العلوم، فسوف تشارك في مسابقات عالمية.

اكتب كلًّا من العبارتين الشرطيتين الآتيتين على صورة (إذا... فإن...) :

3) لا يُلدغ المؤمن من جحر مرتين.

4) الزاويتان المتجاورتان لهما رأس وضلع مشتركان.

حدد قيمة الصواب لكل عبارة شرطية فيما يأتي، وإذا كانت العبارة صحيحة ، ففسِّر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة فأعط مثالًا مضادًّا :

5) إذا كان a و b عددين سالبين، فإن $a + b$ يكون عددًا سالبًا.

6) إذا كانت قياسات زوايا مثلثين متساوية، فإن المثلثين متطابقان.

7) إذا كانت الفراشة أثقل كتلةً من الفيل، فإن هذا الشهر هو شهر صفر.

هندسة معمارية: استعمل المعلومات الآتية لحل السؤالين 8 و 9.

"يرتدي المهندس المعماري قبعة واقية".

8) اكتب العبارة الشرطية على الصورة (إذا ... فإن ...)

9) اكتب عكس العبارة الشرطية.

1 - 4 التبرير الاستنتاجي

حدِّد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا فيما يأتي اعتمادًا على المعطيات. فسِّر تبريرك.

1) المعطيات: • إذا كانت النقطة هي منتصف قطعة مستقيمة، فإنها تقسمها إلى قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

• R نقطة منتصف $\overline{QS}$

النتيجة : $\overline{QR} \cong \overline{RS}$

2) المعطيات: • إذا قسمت نقطة قطعة مستقيمة إلى قطعتين متطابقتين، فإنها تكون نقطة منتصف القطعة المستقيمة.

• $AB \cong BC$.

النتيجة : B تقسم AC إلى قطعتين متطابقتين.

حدِّد ما إذا كانت النتيجة قائمة على التبرير الاستنتاجي أم التبرير الاستقرائي في كلٍّ مما يأتي:

3) إذا كانت الزاويتان متجاورتان على مستقيم فإنهما متكاملتان، $\angle A$ ، $\angle B$ متجاورتان على مستقيم واحد، إذن $\angle A$ ، $\angle B$ متكاملتان.

4) لاحظ خالد أن فاتورة الكهرباء تصدر في اليوم الأول من كل شهر، واليوم هو اليوم الأول من شهر شعبان، فاستنتج خالد أن فاتورة الكهرباء ستصدر اليوم.

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي؛ لتحصل على نتيجة صحيحة من العبارات الآتية إن أمكن، واذكر القانون الذي استعملته. وإذا تعذَّر الحصول على نتيجة صحيحة، فاكتب "لا نتيجة صحيحة". برّر إجابتك.

5) (1) إذا كان العدد الكلي زوجيًّا، فإن مربعه يقبل القسمة على 4

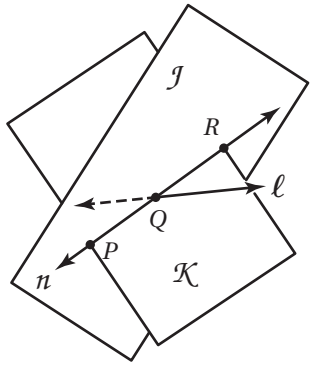
(2) العدد الذي أفكر فيه هو عدد كلي زوجي.

6) أحياء: إذا كان المخلوق الحي طفيليًّا، فإنه يعيش على عائل. وإذا عاش الطفيلي على عائل، فإنه يؤذيه. ما النتيجة التي يمكن التوصل إليها إذا كان الفيروس من الطفيليات؟

1 - 5 المسلّمات والبراهين الحرة

اشرح كيف يوضح الشكل صحة كلٍّ من العبارتين الآتيتين ، ثم اذكر المسلّمة التي استعملتها لبيان صحة كل عبارة :

1) المستويان $\mathcal{J}$ و $\mathcal{K}$ يتقاطعان في المستقيم m.



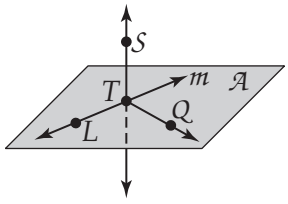
2) المستقيمان l و m يتقاطعان في النقطة Q.

حدِّد ما إذا كانت كلٌّ من الجملتين الآتيتين صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. وبرّر إجابتك.

3) تقاطع مستويين يحوي نقطتين على الأقل.

4) إذا اشتركت ثلاثة مستويات في نقطة، فإنها تشترك أيضًا في مستقيم.

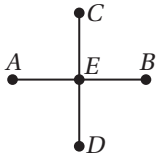
في الشكل المجاور، يقع المستقيم m و $\overrightarrow{TQ}$ في المستوى $\mathcal{A}$. اذكر المسلّمة التي تثبت صحة كل عبارة مما يأتي :



5) تقع كلٌّ من النقطتين L و T والمستقيم m في المستوى نفسه .

6) المستقيم m و $\overleftrightarrow{ST}$ يتقاطعان في T.

7) في الشكل المجاور النقطة E هي نقطة المنتصف لكلٍّ من $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ ، $AB = CD$
اكتب برهانًا حرًّا لإثبات أن $\overline{AE} \cong \overline{ED}$

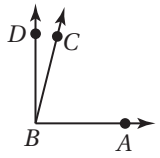


8) منطق: النقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة، والنقاط B, C, D ليست على استقامة واحدة. والنقاط A, B, C, D لا تقع في المستوى نفسه. صِفْ مستويين يتقاطعان في BC.

1 - 6 البرهان الجبري

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات صحة التخمين الآتي :

1) إذا كان: $m\angle ABC + m\angle CBD = 90°, m\angle ABC = (3x - 5)°$ ، $m\angle CBD = (\frac{x+1}{2})°$ ، فإن $x = 27$.

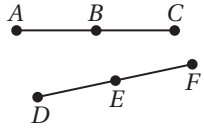


2) هندسة: صيغة حساب حجم المنشور الرباعي هي $v = lwh$ ، حيث v هو الحجم ، و l هو طول القاعدة، و w هو عرض القاعدة، و h هو الارتفاع. أثبت أنه إذا كان حجم المنشور وطول قاعدته وارتفاعه جميعها معلومة، فإنه يمكن حساب عرض قاعدته باستعمال الصيغة $w = \frac{v}{lh}$

1 - 7 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

أكمل البرهان الآتي:

1) المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{DE}$



B نقطة منتصف $\overline{AC}$

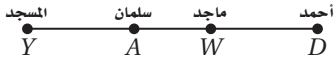
E نقطة منتصف $\overline{DF}$

المطلوب: $\overline{BC} \cong \overline{EF}$

البرهان :

العبارات	المبررات
1) _____	1) معطيات
2) $AB = DE$	2) _____
3) _____	3) تعريف نقطة المنتصف
4) $BC = DE$	4) _____
5) $BC = EF$	5) _____
6) _____	6) _____

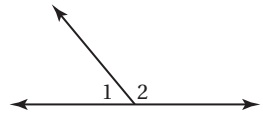
2) طرق: يقع كلٌّ من منزل أحمد ومنزل ماجد ومنزل سلمان والمسجد على طريق مستقيم كما هو مبين في الشكل المجاور. إذا كانت المسافة من منزل أحمد إلى منزل ماجد تساوي المسافة من منزل سلمان إلى المسجد، فأثبت أن المسافة من منزل أحمد إلى منزل سلمان تساوي المسافة من منزل ماجد إلى المسجد.



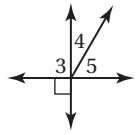
1 - 8 إثبات علاقات بين الزوايا

أوجد قياس الزوايا المرقّمة في كلٍّ مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرِّر حلَّك :

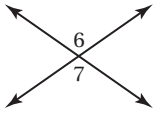
1) $m\angle 1 = (x + 10)^\circ$
$m\angle 2 = (3x + 18)^\circ$



2) $m\angle 4 = (2x - 5)^\circ$
$m\angle 5 = (4x - 13)^\circ$



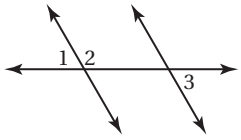
3) $m\angle 6 = (7x - 24)^\circ$
$m\angle 7 = (5x + 14)^\circ$



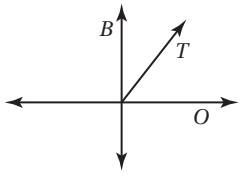
4) اكتب برهانًا ذا عمودين.

المعطيات: $\angle 1$ و $\angle 2$ متجاورتان على مستقيم.
$\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان .

المطلوب: $\angle 3 \cong \angle 1$

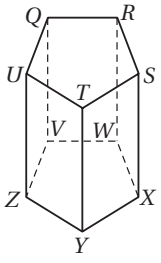


5) طرق: بالرجوع إلى الشكل المجاور. يشكِّل الطريقان O و B زاوية قائمة.
ويشكل الطريق T مع طريق O زاوية قياسها 57°.
ما قياس الزاوية التي يشكلها الطريق T مع الطريق B ؟



2-1 المستقيمان والقاطع

حدِّد كلًّا مما يأتي مستعملًا الشكل المجاور :



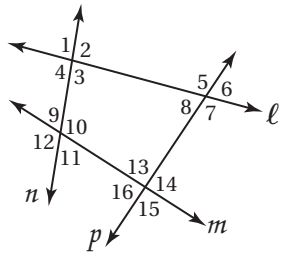
1) جميع المستويات التي تتقاطع مع المستوى STX .

2) جميع القطع المستقيمة التي تتقاطع مع $\overline{QU}$.

3) جميع القطع المستقيمة التي توازي $\overline{XY}$.

4) جميع القطع المستقيمة التي تخالف $\overline{VW}$.

مستعملًا الشكل المجاور، صنِّف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلى زاويتين متبادلتين داخليًّا أو متبادلتين خارجيًّا أو متناظرتين أو متحالفتين:



5) $\angle 2$, $\angle 10$

6) $\angle 7$, $\angle 13$

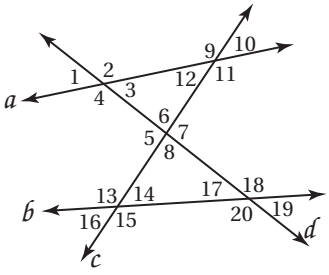
7) $\angle 9$, $\angle 13$

8) $\angle 6$, $\angle 16$

9) $\angle 3$, $\angle 10$

10) $\angle 8$, $\angle 14$

استعمل بالشكل المجاور لتحدد القاطع الذي يصل بين كل زوج من الزوايا فيما يأتي، ثمّ صنف كل زوج من الزوايا إلى زاويتين متبادلتين داخليًّا أو متبادلتين خارجيًّا أو متناظرتين أو متحالفتين:



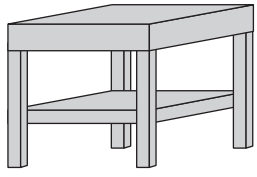
11) $\angle 2$, $\angle 12$

12) $\angle 6$, $\angle 18$

13) $\angle 13$, $\angle 19$

14) $\angle 11$, $\angle 7$

أثاث: استعمل صورة الطاولة المجاورة للإجابة عن السؤالين الآتيين:

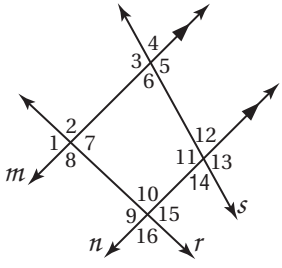


15) سمّ مستويين متوازيين.

16) سمّ مستقيمين متوازيين.

2-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية

في الشكل المجاور: $92 = 2\angle m$ و $74 = 12\angle m$، أوجد قياس كلٍّ من الزوايا الآتية، واذكر المسلّمات أو النظريات التي استعملتها :



1) $\angle 10$

2) $\angle 8$

3) $\angle 9$

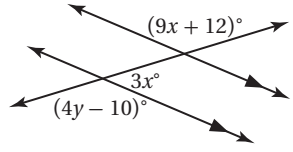
4) $\angle 5$

5) $\angle 11$

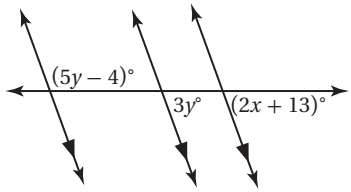
6) $\angle 13$

أوجد قيمة y , x في كلٍّ من الشكلين الآتيين، وبرّر إجابتك:

7)

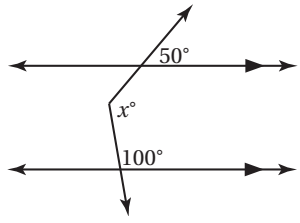


8)

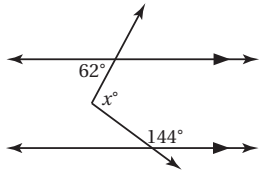


أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين (إرشاد: ارسم مستقيمًا مساعدًا) :

9)



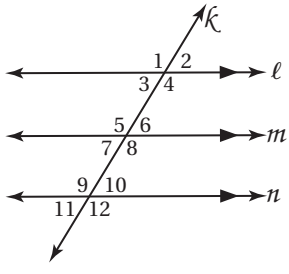
10)



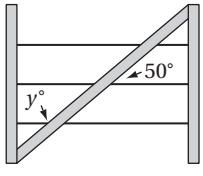
11) البرهان اكتب برهانًا حرًّا .

المعطيات: $\ell \parallel m$, $m \parallel n$

المطلوب : $\angle 1 \cong \angle 12$

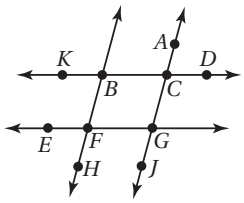


12) سياج: أُضيفت دعامة قطرية لتقوية سياج ومنع أسلاكه من الارتخاء، فشكّلت هذه الدعامة مع السلك الأوسط زاوية قياسها 50° كما في الشكل المجاور. أوجد قيمة y.



2-3 إثبات توازي مستقيمين

هل يمكن إثبات أن أيًّا من مستقيمات الشكل متوازية اعتمادًا على المعطيات في كلٍّ مما يأتي؟ وإذا كان أيها متوازيًا ، فاذكر المسلّمة أو النظرية التي تبرّر إجابتك:



1) $m\angle BCG + m\angle FGC = 180^\circ$

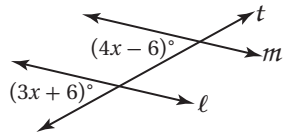
2) $\angle CBF \cong \angle GFH$

3) $\angle EFB \cong \angle FBC$

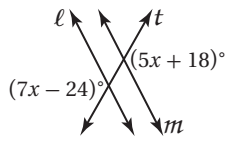
4) $\angle ACD \cong \angle KBF$

إذا كان $m \parallel l$ ، فأوجد قيمة x في كل مما يأتي، وحدّد المسلّمة أو النظرية التي استعملتها :

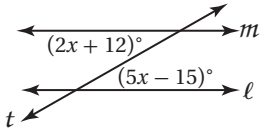
5)



6)



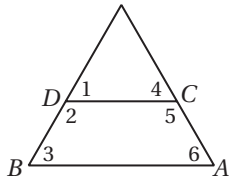
7)



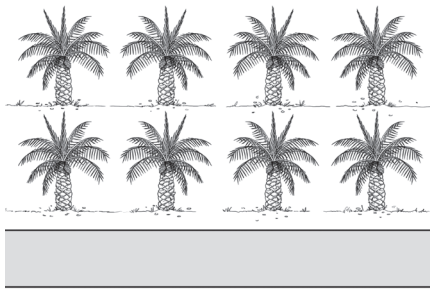
8) برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين.

المعطيات: $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان .

المطلوب: $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$



9) زراعة: أراد مزارع غرس أشجار نخيل في صفوف موازية لممرٍّ مستقيم في مزرعته، فكيف يمكن له أن يتأكد من أن هذه الصفوف متوازيةً؟

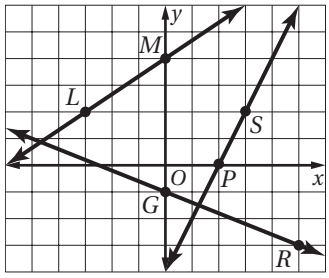


2-4 ميل المستقيم

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين المحددتين في كلٍّ مما يأتي:

1) $B(-4, 4), R(0, 2)$ **2)** $I(-2, -9), P(2, 4)$

أوجد ميل كلٍّ من المستقيمات الآتية :



3) $\overleftrightarrow{LM}$ **4)** $\overleftrightarrow{GR}$

5) مستقيم يوازي $\overleftrightarrow{GR}$ **6)** مستقيم يعامد $\overleftrightarrow{PS}$

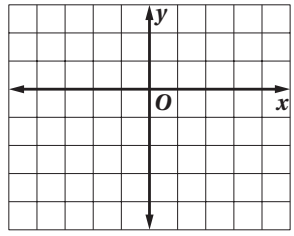
حدِّد ما إذا كان $\overleftrightarrow{KM}$ و $\overleftrightarrow{ST}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كلٍّ مما يأتي، ومثِّل كل مستقيم بيانيًّا لتتحقق من إجابتك:

7) $K(-1, -8), M(1, 6), S(-2, -6), T(2, 10)$ **8)** $K(-5, -2), M(5, 4), S(-3, 6), T(3, -4)$

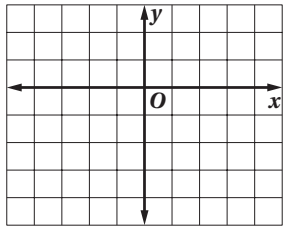
9) $K(-4, 10), M(2, -8), S(1, 2), T(4, -7)$ **10)** $K(-3, -7), M(3, -3), S(0, 4), T(6, -5)$

مثِّل بيانيًّا المستقيم الذي يحقق الشروط في كلٍّ مما يأتي :

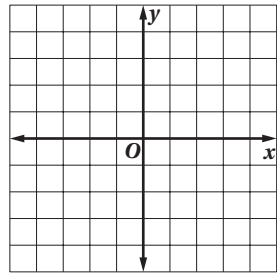
11) الميل $= -\frac{1}{2}$ ، ويمر بالنقطة $U(2, -2)$.



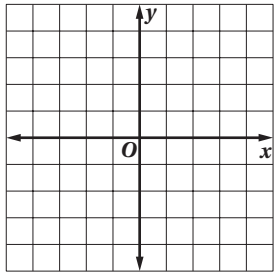
12) الميل $= \frac{4}{3}$ ، ويمر بالنقطة $P(-3, -3)$.



13) يمر بالنقطة $B(-4, 2)$ ، ويوازي $\overleftrightarrow{FG}$ ، حيث $F(0, -3)$، و $G(4, -2)$.



14) يمر بالنقطة $Z(-3, 0)$ ، ويعامد $\overleftrightarrow{EK}$ ، حيث $K(2, -2)$, $E(-2, 4)$.



15) أرباح: ارتفعت أرباح متجر أدوات كهربائية بين عامَي 1420هـ و 1425هـ بمعدل 9000 ريالٍ في السنة، وفي عام 1425هـ كانت أرباحه 45000 ريالٍ. إذا استمرت أرباح المتجر بالمعدل نفسه، فكم ستكون أرباحه عام 1429 هـ؟

2-5 صيغ معادلة المستقيم

بصيغة الميل والمقطع، اكتب معادلة المستقيم المُعطَى ميله ومقطع المحور y له في كلٍّ مما يأتي، ثم مثّله بيانيًّا:

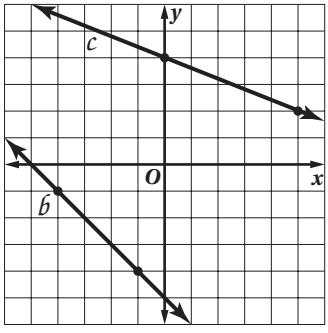
1) $m = \frac{2}{3}, b = -10$ **2)** $m - \frac{7}{9}, \left(0, -\frac{1}{2}\right)$ **3)** $m = 4.5, (0, 0.25)$

بصيغة الميل ونقطة، اكتب معادلة المستقيم المُعطى ميله ونقطة يمر بها في كلٍّ مما يأتي، ثم مثّله بيانيًّا :

4) $m = \frac{3}{2}, (4, 6)$ **5)** $m = -\frac{6}{5}, (-5, -2)$

6) $m = 0.5, (7, -3)$ **7)** $m = -1.3, (-4, 4)$

بصيغة الميل والمقطع، اكتب معادلة المستقيم الممثل بيانيًّا أو المعطى وصفه في كلٍّ مما يأتي:



8) المستقيم b **9)** المستقيم c

10) مستقيم يوازي المستقيم b ، ويمر بالنقطة $(-2, 3)$

11) مستقيم يعامد المستقيم c ، ويمر بالنقطة $(-4, -2)$

12) $m = -\frac{4}{9}, b = 2$ **13)** $m = 3$ ، ويمر بالنقطة $(-3, 2)$

14) مقطع المحور x يساوي 6-، ومقطع المحور y يساوي 2

15) مقطع المحور x يساوي 2 ، ومقطع المحور y يساوي 5-

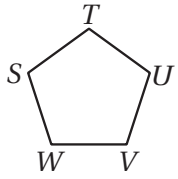
16) يمر بالنقطتين $(5, 8), (2, -4)$ **17)** يمر بالنقطتين $(8, -1), (-4, 2)$

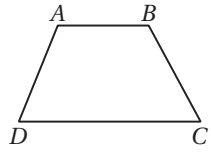
18) إسعافات أولية: تقدم جمعية خيرية دورة في الإسعافات الأولية، ويدفع المشترك 200 ريال رسم التحاق بالدورة، بالإضافة إلى 15ريالًا عن كل جلسة تدريبية. اكتب معادلة تمثل التكلفة الكلية لحضور x جلسة تدريبية.

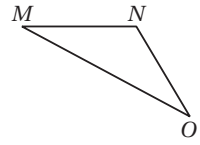
2-6 الأعمدة والمسافة

أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثّل البعد في كلٍّ مما يأتي:

1) البعد بين O وَ $\overleftrightarrow{MN}$ **2)** البعد بين A وَ $\overleftrightarrow{DC}$ **3)** البعد بين T وَ $\overleftrightarrow{VU}$







أوجد البعد بين المستقيمين P و l في كلٍّ ممَّا يأتي:

4) المستقيم l يمر بالنقطتين $(4, 8)$, $(-2, 0)$، وإحداثيًّا النقطة P هما $(5, 1)$.

5) المستقيم l يمر بالنقطتين $(7, 9)$, $(3, 5)$، وإحداثيًّا النقطة P هما $(2, 10)$.

6) المستقيم l يمر بالنقطتين $(9, 10)$, $(5, 18)$، وإحداثيًّا النقطة P هما $(-4, 26)$.

7) المستقيم l يمر بالنقطتين $(-9, 1)$, $(-2, 4)$، وإحداثيًّا النقطة P هما $(-6, 14)$.

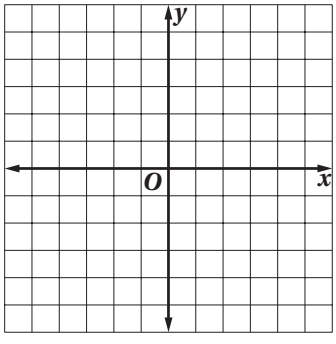
أوجد البعد بين كل مستقيمين متوازيين فيما يأتي :

8) $y = -x$, $y = -x - 4$

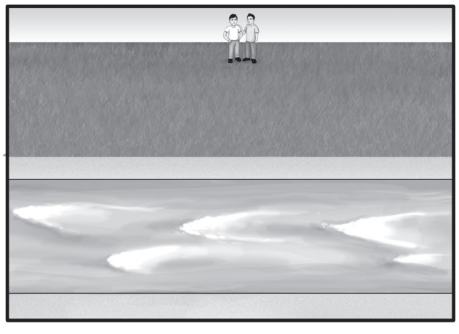
9) $y = 2x + 7$, $y = 2x - 3$

10) $y = 3x + 12$, $y = 3x - 18$

11) مثّل المستقيم $y = -x + 1$ بيانيًّا، وأنشئ قطعة مستقيمة عمودية عليه من النقطة $(-3, -2)$، ثم أوجد البعد بين النقطة والمستقيم.



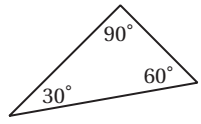
12) رحلة سير: يسير فهد وصديقه نحو قناة ماء مستقيمة مرورًا بحقلٍ منبسطٍ. صِفِ المسار الأقصر الذي يمكن أن يسلُكَاه.



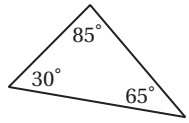
3 - 1 تصنيف المثلثات

صنّف كلًّا من المثلثات الآتية إلى حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية :

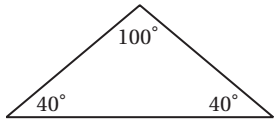
1)



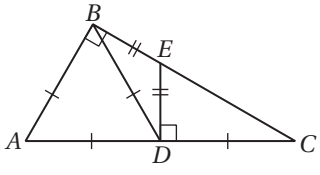
2)



3)



صنّف كلًّا من المثلثات الظاهرة في الشكل المجاور وفقًا لزواياها ولأضلاعها :



4) $\triangle ABD$

5) $\triangle ABC$

6) $\triangle EDC$

7) $\triangle BDC$

جبر: في كلٍّ من المثلثين الآتيين، أوجد قيمة x وطول كل ضلع:

8) $\triangle FGH$ متطابق الأضلاع، فيه: $FG = x + 5,\ GH = 3x - 9,\ FH = 2x - 2$

9) $\triangle LMN$ متطابق الضلعين، فيه: $LM = LN,\ LM = 3x - 2,\ LN = 2x + 1,\ MN = 5x - 2$

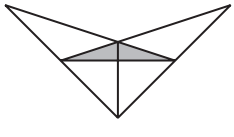
أوجد أطوال أضلاع $\triangle KPL$ في كلٍّ مما يأتي، وصنّفه وفقًا لأضلاعه:

10) $K(-3, 2), P(2, 1), L(-2, -3)$

11) $K(5, -3), P(3, 4), L(-1, 1)$

12) $K(-2, -6), P(-4, 0), L(3, -1)$

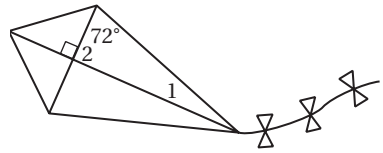
13) تصميم: شارك عبدالله في مسابقةٍ لتصميم شعارٍ لجمعية الحفاظ على الحياة البرية فقدّم الشعار المجاور. حدد عدد الزوايا القائمة فيه باستعمال المنقلة .



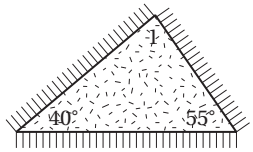
3 - 2 زوايا المثلثات

أوجد قياس كل زاوية مرقمة في الشكلين الآتيين :

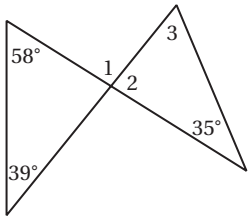
1)



2)



أوجد قياس كلٍّ من الزوايا الآتية :

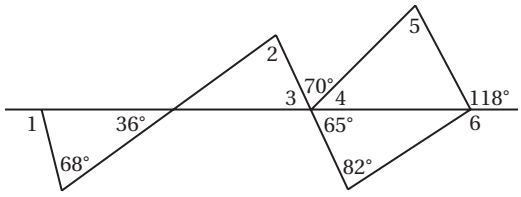


3) $m\angle 1$

4) $m\angle 2$

5) $m\angle 3$

أوجد قياس كلٍّ من الزوايا الآتية :



6) $m\angle 1$

7) $m\angle 4$

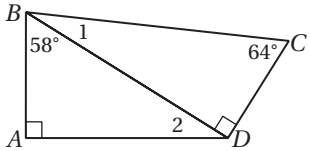
8) $m\angle 3$

9) $m\angle 2$

10) $m\angle 5$

11) $m\angle 6$

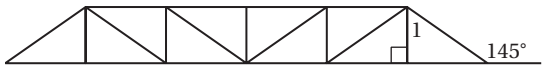
أوجد قياس كلٍّ من الزاويتين الآتيتين:



12) $m\angle 1$

13) $m\angle 2$

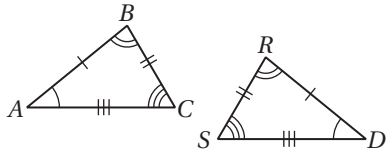
14) إنشاءات هندسية: يبيّن الشكل المجاور جزءًا من دعامة تُستعمل في بناء الجسور.
أوجد $m\angle 1$.



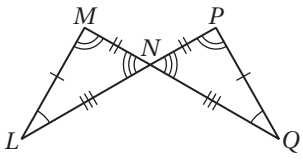
3 - 3 المثلثات المتطابقة

في كلٍّ من السؤالين الآتيين، بيّن أن المثلثين متطابقان بتعيين جميع العناصر المتناظرة المتطابقة، ثم اكتب عبارة التطابق :

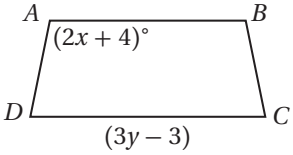
1)

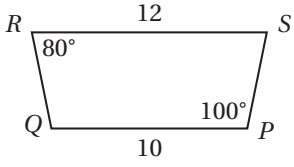


2)



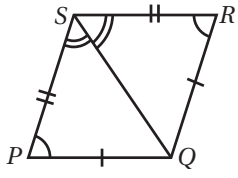
إذا علمت أن المضلع *ABCD* ≅ المضلع *PQRS* فأوجد:





3) قيمة x.

4) قيمة y.



5) برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين.

المعطيات: $\overline{PS} \cong \overline{RS}$, $\overline{PQ} \cong \overline{RQ}$, $\angle PSQ \cong \angle RSQ$, $\angle P \cong \angle R$.

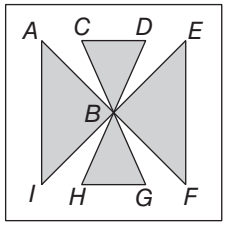
المطلوب: إثبات أن $\triangle PQS \cong \triangle RQS$.

البرهان:

6) رسم هندسي: في الرسم المجاور

a) عيِّن المثلثات التي تبدو متطابقة.

b) سمّ الزوايا المتطابقة والأضلاع المتطابقة لكل مثلثين متطابقين .



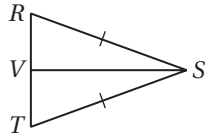
3 - 4 إثبات تطابق المثلثات *SSS* , *SAS*

حدِّد ما إذا كان $\triangle PQR \cong \triangle DEF$ في كلٍّ من السؤالين الآتيين أم لا. ووضِّح إجابتك.

1) $D(-6, 1), E(1, 2), F(-1, -4), P(0, 5), Q(7, 6), R(5, 0)$

2) $D(-7, -3), E(-4, -1), F(-2, -5), P(2, -2), Q(5, -4), R(0, -5)$

3) برهان: اكتب برهانًا تسلسليًّا.

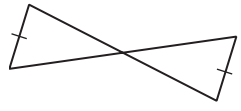


المعطيات: $\overline{RS} \cong \overline{TS}$، V نقطة منتصف $\overline{RT}$

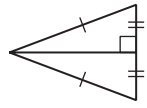
المطلوب: إثبات أن $\triangle RSV \cong \triangle TSV$

حدد المسلّمة التي يمكن استعمالها لإثبات تطابق المثلثين في كلٍّ من الأسئلة الآتية، وإذا لم يكن إثبات تطابقهما ممكنًا، فاكتب «غير ممكن» :

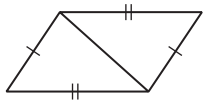
4)



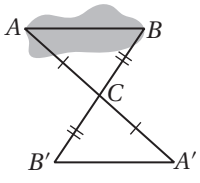
5)



6)



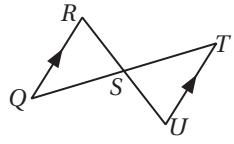
7) القياس غير المباشر: رسم حامد مثلثين متطابقين كما في الشكل المجاور لقياس عرض بُحيرةٍ صغيرةٍ. كيف يعرف أن الطولين AB , $A'B'$ متساويان؟



3 - 5 إثبات تطابق المثلثات *ASA, AAS*

برهان: **اكتب البرهان المحدد في كلٍّ من السؤالين الآتيين :**

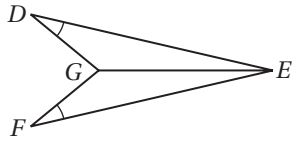
1) اكتب برهانًا تسلسليًّا.



المعطيات: S نقطة منتصف $\overline{QT}$ ،
$\overline{QR} \parallel \overline{TU}$.

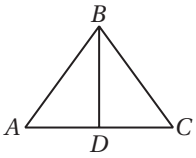
المطلوب: إثبات أن $\triangle TSU \cong \triangle QSR$.

2) اكتب برهانًا حرًّا .



المعطيات: $\angle F \cong \angle D$ ، $\overline{GE}$ تنصف $\angle DEF$.

المطلوب: إثبات أن $\overline{DG} \cong \overline{FG}$.



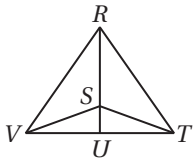
هندسة العمارة: **استعمل المعلومات الآتية للإجابة عن السؤالين 3,4.**
استعمل مهندس تصميم النافذة المبينة في الشكل المجاور عند إعادة هيكلة قاعة للرسم.
حيث إن $\boldsymbol{AB = CB = 3}$ **ft** .

3) إذا كانت D نقطة منتصف $\overline{AC}$ ، فبيِّن ما إذا كان $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ أم لا.
وفسِّر إجابتك .

4) إذا كانت $\angle A \cong \angle C$، فبيِّن ما إذا كان $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ أم لا. وفسِّر إجابتك.

3 - 6 المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

استعمل الشكل المجاور للإجابة عن الأسئلة الآتية :



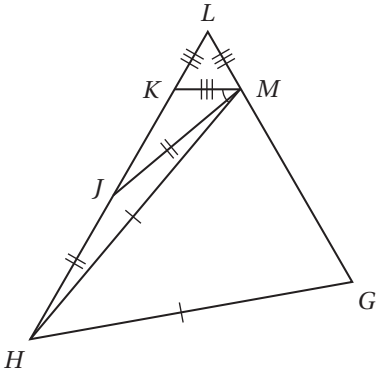
1) إذا كان $\overline{RV} \cong \overline{RT}$ ، فسمّ زاويتين متطابقتين.

2) إذا كان $\overline{RS} \cong \overline{SV}$ ، فسمّ زاويتين متطابقتين.

3) إذا كانت $\angle SRT \cong \angle STR$ ، فسمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

4) إذا كانت $\angle STV \cong \angle SVT$ ، فسمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

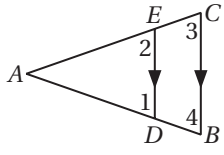
أوجد قياس كلٍّ مما يأتي ، علمًا بأن $\angle HMK = 50^\circ$:



5) $m\angle KML$ **6)** $m\angle HMG$ **7)** $m\angle GHM$

8) إذا كان $m\angle HJM = 145^\circ$ ، فأوجد $m\angle MHJ$.

9) برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين.

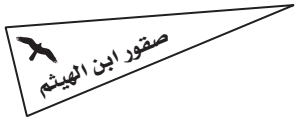


المعطيات: $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ، $\angle 1 \cong \angle 2$

المطلوب: إثبات أن $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

البرهان:

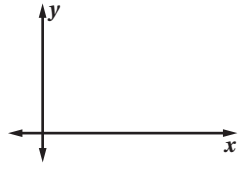
10) رياضة: راية فريق كرة القدم في مدرسة ابن الهيثم الثانوية على شكل مثلث متطابق الضلعين. إذا كان قياس زاوية رأس المثلث 18، فأوجد قياس كلٍّ من زاويتَي القاعدة.



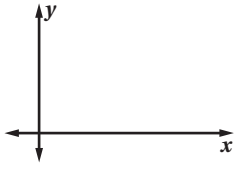
3 - 7 المثلثات والبرهان الإحداثي

ارسم كلًّا من المثلثين الآتيين في المستوى الإحداثي، واكتب إحداثيات رؤوسهما.

1) $\triangle BLP$ متطابق الضلعين، وطول قاعدته $\overline{BL}$ يساوي $3b$ وحدةً.

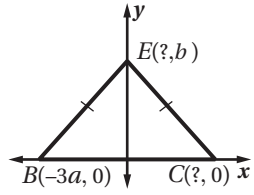


2) $\triangle DGJ$ قائم الزاوية ومتطابق الساقين، وتره $\overline{DJ}$. وطول كلٍّ من ساقيه $2a$ وحدةً.

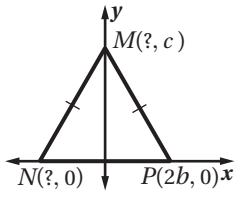


أوجد الإحداثيات المجهولة في كلٍّ من المثلثين الآتيين:

3)



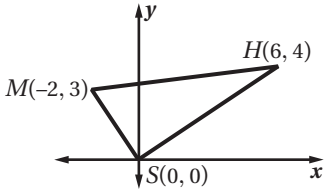
4)



اتجاهات: استعمل المعلومات التالية لحل السؤالين 5, 6:

تقع مدرسة كمال عند تقاطع الشارعين المتعامدين y , x ، ويقع منزله على بعد 6 km شرق الشارع y و 4 km شمال الشارع x ، ويقع مسجد الحي الذي يعيش فيه كمال على بعد 2 km غرب الشارع y و 3 km شمال الشارع x.

5) برهان: اكتب برهانًا إحداثيًّا لإثبات أن منزل كمال ومدرسته والمسجد تشكّل رؤوس مثلث قائم الزاوية.



المعطيات: $\triangle SHM$

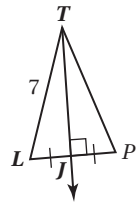
المطلوب: إثبات أن $\triangle SHM$ قائم الزاوية.

6) أوجد المسافة بين منزل كمال والمسجد.

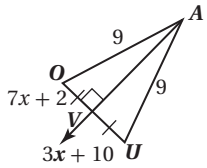
4 - 1 المنصّفات في المثلث

أوجد كل قياس مما يأتي :

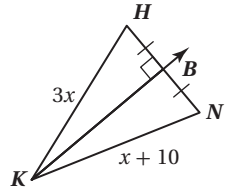
1) TP



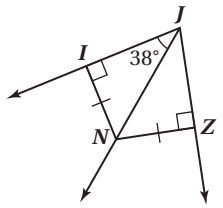
2) VU



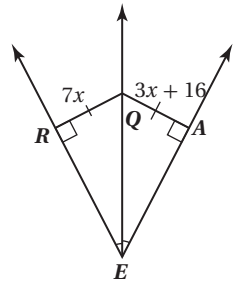
3) KN



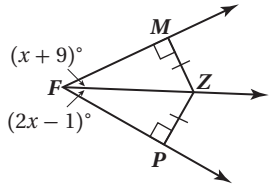
4) $\angle NJZ$



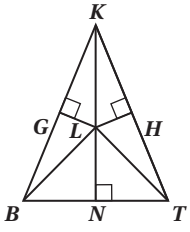
5) QA



6) $\angle MFZ$



النقطة L مركز الدائرة الخارجية لِـ $\triangle BKT$.

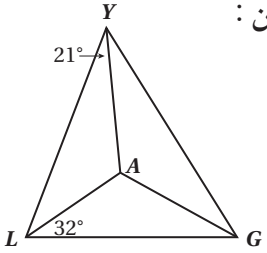


اكتب جميع القطع المستقيمة التي تطابق القطعة المعطاة في كل سؤال مما يأتي:

7) $\overline{BN}$

8) $\overline{BL}$

إذا كانت النقطة A مركز الدائرة الداخلية لِـ $\triangle LYG$ ، فأوجد قياس كلٍّ من الزاويتين الآتيتين :



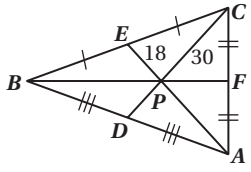
9) $\angle YLA$

10) $\angle YGA$

11) هندسة: حديقة منزلية مثلثة الشكل قياسات زواياها $50°$, $70°$, $60°$. ويريد مهندس زراعي أن يثبِّت عمود إنارة في مكان يكون على أبعادٍ متساوية من حواف الحديقة، فكيف يمكنه تعيين موقع العمود؟

4 - 2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث

إذا كانت النقطة P مركز $\triangle ABC$، و $EP = 18$,$CP = 30$, $BF = 39$.
فأوجد طول كلٍّ مما يأتي:

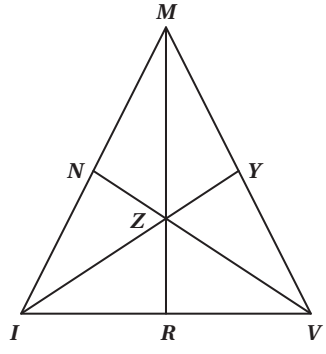


1) PD **2)** FP

3) BP **4)** CD

5) PA **6)** EA

إذا كانت النقطة Z مركز $\triangle MIV$ ، و$NZ = 12$, $YI = 18$, $MZ = 6$،
فأوجد طول كلٍّ مما يأتي:



7) ZR **8)** YZ

9) MR **10)** ZV

11) NV **12)** IZ

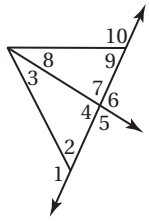
13) هندسة إحداثيّة: أوجد إحداثيات مركز المثلث الذي رؤوسه : $I(3, 1), J(6, 3), K(3, 5)$

14) هندسة إحداثيّة: أوجد إحداثيات ملتقى ارتفاعات المثلث الذي رؤوسه: $S(0, 0), T(3, 3), U(3, 6)$

15) تزيين: يُريد نبيل أن يزيّن حديقة بيته بتثبيت أعمدة وتعليق قطعة من الصفيح الملون مثلثة الشكل على كل عمود، على أن تبقى سطوح هذه القطع موازيةً لسطح الأرض، فكيف يعيّن نبيل نقطة التعليق لكل مثلث؟

4 - 3 المتباينات في المثلث

حدد الزاوية التي لها أكبر قياس في كلٍّ من الأسئلة الآتية مستعملًا بالشكل المجاور :

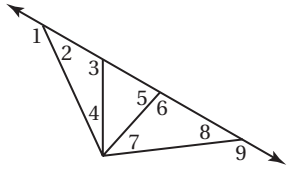


1) $\angle 1, \angle 3, \angle 4$ **2)** $\angle 4, \angle 8, \angle 9$

3) $\angle 2, \angle 3, \angle 7$ **4)** $\angle 7, \angle 8, \angle 10$

استعمل نظريّة متباينة الزاوية الخارجيّة لكتابة جميع الزوايا المرقمة التي تحقق الشرط المُعطى في كلٍّ من الأسئلة الآتية :

5) قياسها أقل من $m\angle 1$.

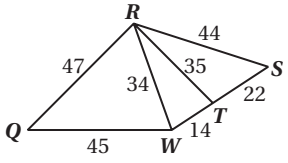


6) قياسها أقل من $m\angle 3$.

7) قياسها أكبر من $m\angle 7$.

8) قياسها أكبر من $m\angle 2$.

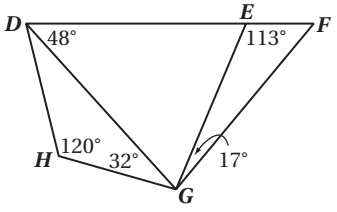
مستعملًا الشكل المجاور، حدد العلاقة بين قياسَي الزاويتين في كلٍّ من الأسئلة الآتية:



9) $\angle QRW, \angle RWQ$ **10)** $\angle RTW, \angle TWR$

11) $\angle RST, \angle TRS$ **12)** $\angle WQR, \angle QRW$

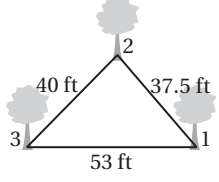
مستعملًا الشكل المجاور، حدد العلاقة بين طولَي كل قطعتين مستقيمتين في كلٍّ من الأسئلة الآتية:



13) $\overline{DH}, \overline{GH}$ **14)** $\overline{DE}, \overline{DG}$

15) $\overline{EG}, \overline{FG}$ **16)** $\overline{DE}, \overline{EG}$

17) حديقة: يبين الشكل المجاور مواقع ثلاث شجرات في حديقة.
عند أيّ شجرة توجد الزاوية الأكبر؟



4 - 4 البرهان غير المباشر

اكتب الافتراض الذي تبدأ به برهانًا غير مباشر لكل عبارة مما يأتي:

1) $\overline{BD}$ تنصّف $\angle ABC$.

2) $RT = TS$

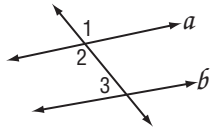
اكتب برهانًا غير مباشر لكلٍّ من العبارتين الآتيتين :

3) **المعطيات:** $-4x + 2 < -10$

المطلوب: $x > 3$

4) **المعطيات:** $m\angle 2 + m\angle 3 \neq 180$

المطلوب: $a \nparallel b$



5) فيزياء: تبلغ سرعة الصوت في الهواء نحو 344 m في الثانية عندما تكون درجة الحرارة 20°C، إذا علمت أن عبدالله يسكن على بعد 2 km من مركز إطلاق صفارة الإنذار، وسمع صفارة الإنذار العامة الصادرة منه بعد 5 s، فكيف يمكنك إثبات أن درجة الحرارة لم تكن 20°C عندما سمع عبدالله صوت الصفارة باستعمال البرهان غير المباشر ؟

4 - 5 متباينة المثلث

حدِّد ما إذا كانت كلٌّ من القياسات المعطاة تمثل أطوال أضلاع مثلث في كلٍّ مما يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكنًا فوضح السبب.

1) 9 in , 12 in , 18 in

2) 8 m , 9 m , 17 m

3) 14 cm , 14 cm , 19 cm

4) 23 km , 26 km , 50 km

5) 32 m , 41 m , 63 m

6) 2.7 cm , 3.1 cm , 4.3 cm

7) 0.7 , 1 in , 4 in , 2.1 in

8) 12.3 m , 13.9 m , 25.2 m

اكتب متباينةً تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلثٍ عُلِمَ طولا ضلعين من أضلاعه في كلٍّ مما يأتي :

9) 19 ft , 6 ft

10) 7 km , 29 km

11) 13 in , 27 in

12) 18 ft , 23 ft

13) 25 cm , 38 cm

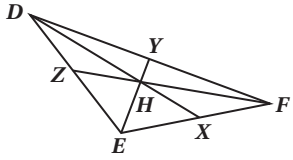
14) 31 cm , 39 cm

15) 42 m , 6 m

16) 54 in , 7 in

17) **المعطيات:** النقطة H مركز $\triangle EDF$.

المطلوب: $EY + FY > DE$



البرهان:

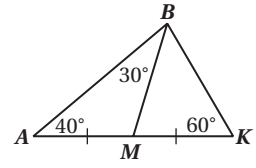
العبارات	المبررات
1) H مركز $\triangle EDF$	1) معطى
2) $\overline{EY}$ قطعة متوسطة	2) _____
3) _____	3) تعريف القطعة المتوسطة
4) _____	4) تعريف نقطة المنتصف
5) $EY + DY > DE$	5) _____
6) $EY + FY > DE$	6) _____

18) سياج: لدى سفيان 4 قطع خشبيّة، ويرغب في استعمالها ليصنع نماذج مثلثة الشكل لسياج حديقة. إذا كانت أطوال القطع الخشبية هي: 8 in , 10 in , 12 in , 18 in، فما عدد نماذج السياج المختلفة التي يمكن أن يكوّنها باستعمال ثلاث قطعٍ منها دون قصِّها؟

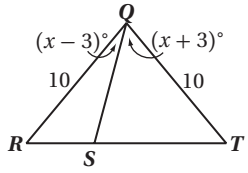
4 - 6 المتباينات في مثلثين

قارن بين القياسين المحددين في كلٍّ من الأسئلة الآتية :

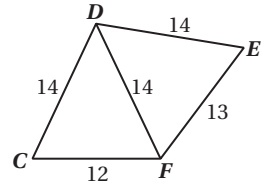
1) AB , BK



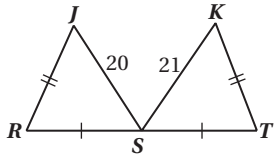
2) ST , SR



3) $m\angle CDF$, $m\angle EDF$



4) $m\angle R$, $m\angle T$

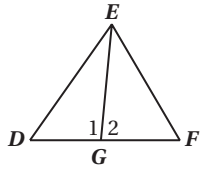


5) برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين .

المعطيات: G نقطة منتصف $\overline{DF}$

$m\angle 1 > m\angle 2$

المطلوب: $ED > EF$



6) أدوات: استعمل سلطان زَرديَّة كما في الشكل المجاور لإصلاح كرسي. وقد لاحظ أنه عندما تؤثر قوة في المقبضين، فإن الزاوية بينهما تصغر، مما يؤدي إلى تناقص المسافة بينهما. فهل تعدّ الزرديَّة مثالًا على المتباينة SAS أم عكسها؟

الاســـم: ----------

المدرسة: ----------

رقم الإيداع : ١٠٣٥٤ / ١٤٣٧
ردمك : ١ - ٣٤٦ - ٥٠٨ - ٦٠٣ - ٩٧٨