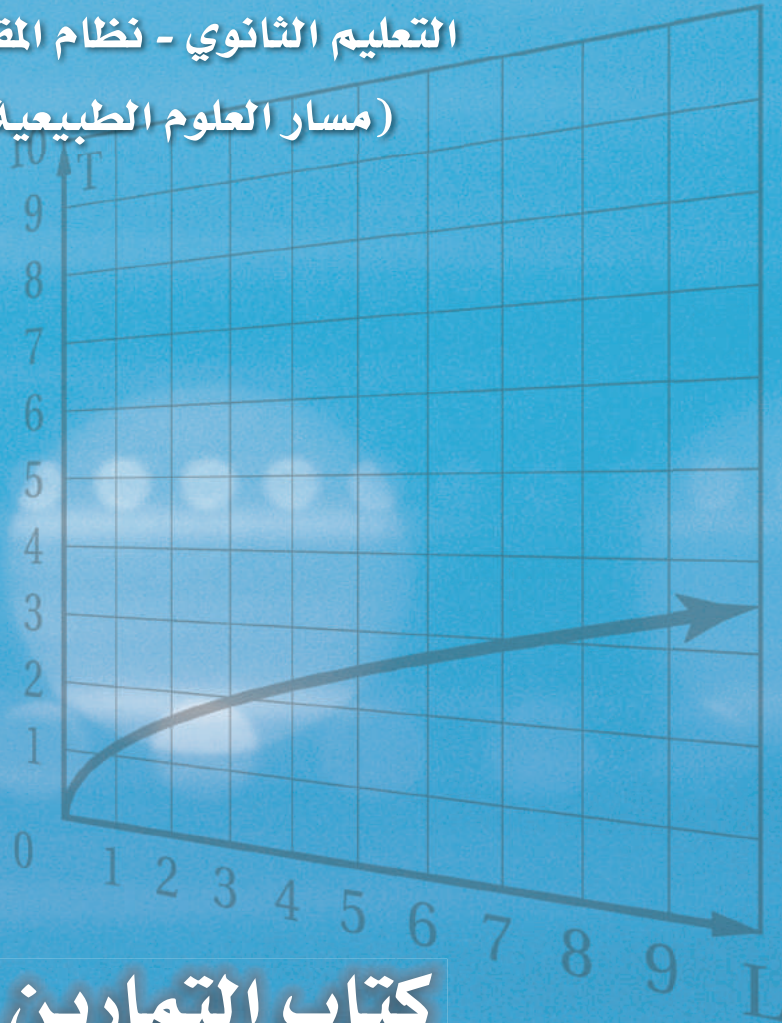


# رياضيات ٤

التعليم الثانوي - نظام المقررات

(مسار العلوم الطبيعية)



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

كتاب التمارين

قررت وزارة التعليم تدرّس  
هذا الكتاب وطبعه على نفقتها



المملكة العربية السعودية

# رياضيات ٤

التعليم الثانوي  
(نظام المقررات)  
(مسار العلوم الطبيعية)

كتاب التمارين

قام بالتأليف والمراجعة  
فريق من المتخصصين

يُوزع مجاناً للإيِّاع

طبعة ١٤٣٨ - ١٤٣٩ هـ  
٢٠١٧ - ٢٠١٨ م

## ح) وزارة التعليم ، ١٤٣٨هـ

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر  
وزارة التعليم  
الرياضيات ٤ (كتاب التمارين) التعليم الثانوي نظام المقررات (مسار العلوم  
الطبيعية) وزارة التعليم - الرياض ، ١٤٣٨هـ  
٢٨ ص ؛ ٥ ، ٢٧ × ٢١ سم  
ردمك : ٠ - ٤٧١ - ٥٠٨ - ٦٠٣ - ٩٧٨

١ - الرياضيات - مناهج - السعودية  
العنوان  
ديوي ٥١ ، ٣٧٥٠  
٢ - التعليم الثانوي - مناهج -  
١٤٣٨ / ٤٥٧٣

رقم الإيداع : ١٤٣٨ / ٤٥٧٣  
ردمك : ٠ - ٤٧١ - ٥٠٨ - ٦٠٣ - ٩٧٨

لهذا المقرر قيمة مهمة وفائدة كبيرة فلنحافظ عليه، ولنجعل نظافته تشهد على حسن سلوكنا معه.

إذا لم نحفظ بهذا المقرر في مكتبتنا الخاصة في آخر العام للاستفادة ، فلنجعل مكتبة مدرستنا تحتفظ به.

حقوق الطبع والنشر محفوظة لوزارة التعليم - المملكة العربية السعودية

موقع وزارة التعليم

[www.moe.gov.sa](http://www.moe.gov.sa)

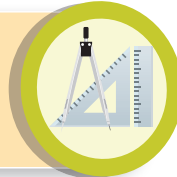
موقع مشروع الرياضيات والعلوم الطبيعية

[www.obeikaneducation.com](http://www.obeikaneducation.com)

البريد الإلكتروني :

لقسم الرياضيات - الإدارة العامة للمناهج

[math.cur@moe.gov.sa](mailto:math.cur@moe.gov.sa)



# الفهرس

## الفصل الأول:

### العلاقات والدوال النسبية

- 1-1 ضرب العبارات النسبية وقسمتها 4
- 1-2 جمع العبارات النسبية وطرحها 5
- 1-3 تمثيل دوال المقلوب بيانياً 6
- 1-4 تمثيل الدوال النسبية بيانياً 7
- 1-5 دوال التغير 8
- 1-6 حل المعادلات والمتباينات النسبية 9

## الفصل الثالث:

### الاحتمالات

- 3-1 تمثيل فضاء العينة 16
- 3-2 الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق 17
- 3-3 الاحتمال الهندسي 18
- 3-4 احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة 19
- 3-5 احتمالات الحوادث المتنافية 20

## الفصل الثاني:

### المتتابعات والمتسلسلات

- 2-1 المتتابعات بوصفها دوال 10
- 2-2 المتتابعات والمتسلسلات الحسابية 11
- 2-3 المتتابعات والمتسلسلات الهندسية 12
- 2-4 المتسلسلات الهندسية اللانهائية 13
- 2-5 نظرية ذات الحدين 14
- 2-6 البرهان باستعمال مبدأ الاستقراء الرياضي 15

## الفصل الرابع:

### حساب المثلثات

- 4-1 الدوال المثلثية في المثلثات القائمة الزاوية 21
- 4-2 الزوايا وقياساتها 22
- 4-3 الدوال المثلثية للزوايا 23
- 4-4 قانون الجيوب 24
- 4-5 قانون جيب التمام 25
- 4-6 الدوال الدائرية 26
- 4-7 تمثيل الدوال المثلثية بيانياً 27
- 4-8 الدوال المثلثية العكسية 28

# الفصل الأول: العلاقات والدوال النسبية

## 1-1 ضرب العبارات النسبية وقسمتها

بسّط كل عبارة مما يأتي:

$$\frac{(2m^3n^2)^3}{-18m^5n^4} \quad (2) \qquad \frac{9a^2b^3}{27a^4b^4c} \quad (1)$$

$$\frac{25 - v^2}{3v^2 - 13v - 10} \quad (4) \qquad \frac{2k^2 - k - 15}{k^2 - 9} \quad (3)$$

$$\frac{-2u^3y}{15xz^5} \cdot \frac{25x^3}{14u^2y^2} \quad (6) \qquad \frac{x^4 + x^3 - 2x^2}{x^4 - x^3} \quad (5)$$

$$\frac{n^5}{n-6} \cdot \frac{n^2 - 6n}{n^8} \quad (8) \qquad \frac{a+y}{6} \cdot \frac{4}{y+a} \quad (7)$$

$$\frac{x^2 - 5x - 24}{6x + 2x^2} \cdot \frac{5x^2}{8 - x} \quad (10) \qquad \frac{a-y}{w+n} \cdot \frac{w^2 - n^2}{y-a} \quad (9)$$

$$\frac{a^5y^3}{wy^7} \div \frac{a^3w^2}{w^5y^2} \quad (12) \qquad \frac{x-5}{10x-2} \cdot \frac{25x^2-1}{x^2-10x+25} \quad (11)$$

$$\frac{x+y}{6} \div \frac{x^2-y^2}{3} \quad (14) \qquad \left(\frac{2xy}{w^2}\right)^3 \div \frac{24x^2}{w^5} \quad (13)$$

$$\frac{2s^2 - 7s - 15}{(s+4)^2} \div \frac{s^2 - 10s + 25}{s+4} \quad (16) \qquad \frac{3x+6}{x^2-9} \div \frac{6x^2+12x}{4x+12} \quad (15)$$

$$\frac{\frac{2x+1}{x}}{\frac{4-x}{x}} \quad (18) \qquad \frac{9-a^2}{a^2+5a+6} \div \frac{2a-6}{5a+10} \quad (17)$$

$$\frac{\frac{x^3+2^3}{x^2-2x}}{(x+2)^3} \quad (20) \qquad \frac{\frac{x^2-9}{4}}{\frac{3-x}{8}} \quad (19)$$

**(21) هندسة:** إذا كانت مساحة مثلث قائم الزاوية هي  $\text{cm}^2 (x^2 - 4)$ ، وطول أحد ضلعي القائمة  $\text{cm} (2x + 4)$  وحدة، فما طول الضلع الآخر؟

**(22) هندسة:** هرم رباعي مساحة قاعدته  $\text{cm}^2 \left(\frac{x^2 + 3x - 10}{2x}\right)$ ، وارتفاعه  $\text{cm} \left(\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 5x + 6}\right)$ . عبّر عن حجمه بعبارة نسبية مبسّطة.

## جمع العبارات النسبية و طرحها

1-2

أوجد LCM لكل مجموعة من كثيرات الحدود ممّا يأتي:

$$x + 1, x + 3 \quad (3)$$

$$a^2b^3c, abc^4 \quad (2)$$

$$x^2y, xy^3 \quad (1)$$

$$3, 4w + 2, 4w^2 - 1 \quad (6)$$

$$2r + 2, r^2 + r, r + 1 \quad (5)$$

$$g - 1, g^2 + 3g - 4 \quad (4)$$

$$d^2 + 6d + 9, 2(d^2 - 9) \quad (9)$$

$$x^2 - x - 6, x^2 + 6x + 8 \quad (8)$$

$$x^2 + 2x - 8, x + 4 \quad (7)$$

بسّط كلّ عبارة ممّا يأتي:

$$\frac{1}{6c^2d} + \frac{3}{4cd^3} \quad (12)$$

$$\frac{5}{12x^4y} - \frac{1}{5x^2y^3} \quad (11)$$

$$\frac{5}{6ab} - \frac{7}{8a} \quad (10)$$

$$\frac{4}{a-3} + \frac{9}{a-5} \quad (15)$$

$$2x - 5 - \frac{x-8}{x+4} \quad (14)$$

$$\frac{4m}{3mn} + 2 \quad (13)$$

$$\frac{y-5}{y^2-3y-10} + \frac{y}{y^2+y-2} \quad (18)$$

$$\frac{2-5m}{m-9} + \frac{4m-5}{9-m} \quad (17)$$

$$\frac{16}{x^2-16} + \frac{2}{x+4} \quad (16)$$

$$\frac{1}{5n} - \frac{3}{4} + \frac{7}{10n} \quad (21)$$

$$\frac{2p-3}{p^2-5p+6} - \frac{5}{p^2-9} \quad (20)$$

$$\frac{5}{2x-12} - \frac{20}{x^2-4x-12} \quad (19)$$

$$\frac{\frac{r+6}{r} - \frac{1}{r+2}}{\frac{r^2+4r+3}{r^2+2r}} \quad (24)$$

$$\frac{\frac{2}{x-y} + \frac{1}{x+y}}{\frac{1}{x-y}} \quad (23)$$

$$\frac{2a}{a-3} - \frac{2a}{a+3} + \frac{36}{a^2-9} \quad (22)$$

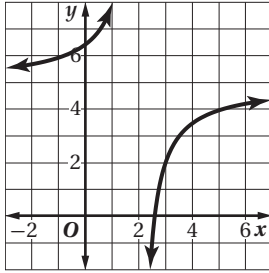
(25) هندسة: إذا كانت العبارات:  $\frac{10}{x-4}$ ,  $\frac{5x}{2}$ ,  $\frac{20}{x+4}$  تمثّل أطوال أضلاع مثلث بالسمتترات، فاكتب عبارة تمثّل محيط المثلث في أبسط صورة.

(26) قوارب: يسير قارب في نهر سرعة التيار فيه 2 mi/h. فإذا كانت  $r$  تمثّل سرعة القارب في المياه الراكدة، فإن  $(r+2)$  تمثّل سرعته في اتجاه التيار، و  $(r-2)$  تمثّل سرعته عكس اتجاه التيار. إذا قطع القارب مسافة 2 mi في اتجاه التيار، ثم عاد إلى نقطة البداية، فاستعمل قانون الزمن  $t = \frac{d}{v}$ ، لكتابة عبارة نسبية تمثّل الزمن اللازم لإتمام هذه الرحلة في أبسط صورة، حيث تمثّل  $d$  المسافة المقطوعة، و  $v$  السرعة.

## تمثيل دوال المقلوب بيانياً

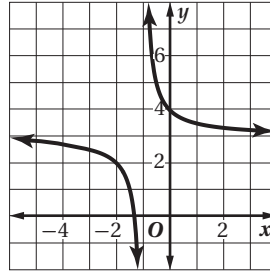
حدّد خطوط التقارب، والمجال، والمدى لكل دالة ممّا يأتي:

$$f(x) = \frac{-3}{x-2} + 5 \quad (3)$$



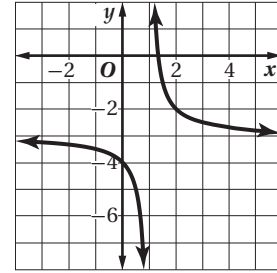
خطوط التقارب:  
المجال=  
المدى=

$$f(x) = \frac{1}{x+1} + 3 \quad (2)$$



خطوط التقارب:  
المجال=  
المدى=

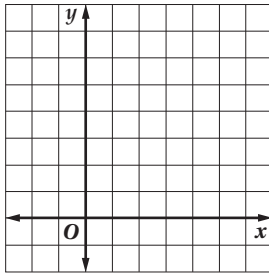
$$f(x) = \frac{1}{x-1} - 3 \quad (1)$$



خطوط التقارب:  
المجال=  
المدى=

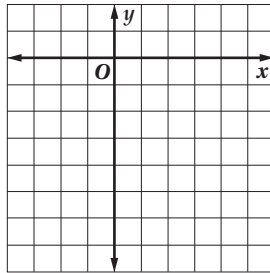
مثل كلّ دالة ممّا يأتي بيانياً، وحدّد مجال ومدى كلّ منها:

$$f(x) = \frac{3}{x-2} + 4 \quad (6)$$



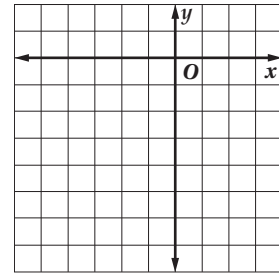
المجال:  
المدى:

$$f(x) = \frac{-1}{x-3} - 4 \quad (5)$$



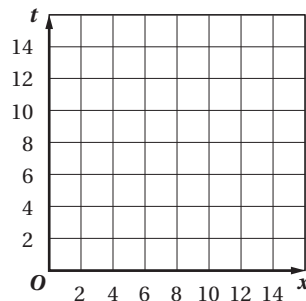
المجال:  
المدى:

$$f(x) = \frac{1}{x+1} - 5 \quad (4)$$



المجال:  
المدى:

(7) سباق: شارك سعود في سباق للدراجات الهوائية مسافته 120 km. إذا كانت سرعته 10 km/h، وأراد أن يزيدها بمقدار  $x$  km/h، فاكتب دالة تربط بين  $x$  والزمن اللازم لإنهاء السباق، ومثلها بيانياً. وإذا أراد سعود أن ينهي السباق في 10 h، فكم يجب أن يزيد سرعته؟

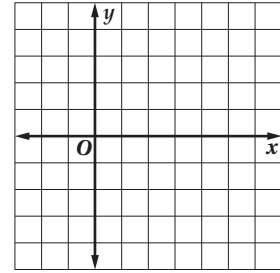


## تمثيل الدوال النسبية بيانياً

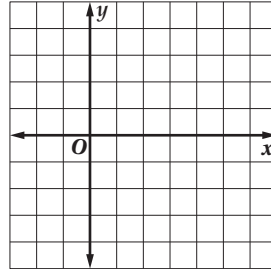
1-4

مثل كل دالة مما يأتي بيانياً:

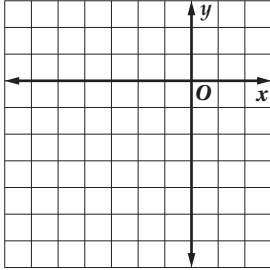
$$f(x) = \frac{-4}{x-2} \quad (1)$$



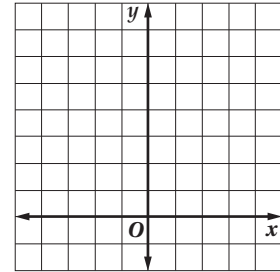
$$f(x) = \frac{x-3}{x-2} \quad (2)$$



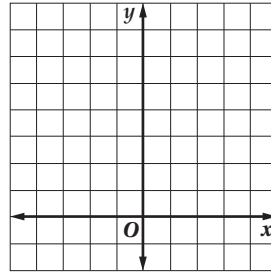
$$f(x) = \frac{3x}{(x+3)^2} \quad (3)$$



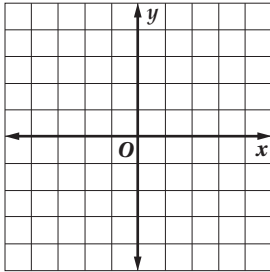
$$f(x) = \frac{2x^2 + 5}{6x - 4} \quad (4)$$



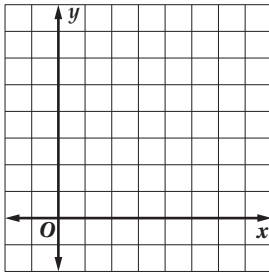
$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2} \quad (5)$$



$$f(x) = \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3} \quad (6)$$



(7) طلاء: يستطيع عامر طلاء غرفة في 6 ساعات إذا عمل وحده، في حين يستطيع عاطف طلاء الغرفة نفسها في  $x$  ساعة إذا عمل وحده، والدالة  $f(x) = \frac{6+x}{6x}$  تمثل جزءاً من العمل يمكنهما إنجازه معاً في ساعة واحدة. مثل هذه الدالة بيانياً، حيث  $x > 0, f(x) > 0$ . وإذا كان عاطف يستطيع طلاء الغرفة وحده في 4 ساعات، فما مقدار الجزء من العمل الذي يستطيع الاثنان إنجازه معاً في ساعة واحدة؟





حدّد ما إذا كانت المعادلة في الأسئلة 1-8 تمثّل تغييرًا طرديًا، أو عكسيًا، أو مشتركًا، أو مركبًا، ثم أوجد ثابت التغير (التناسب) في كلٍّ منها:

$$xy = 4.5 \quad (4) \quad L = \frac{5}{k} \quad (3) \quad p = 4s \quad (2) \quad u = 8wz \quad (1)$$

$$y = \frac{3}{4x} \quad (8) \quad \frac{1.25}{8} = h \quad (7) \quad 2d = mn \quad (6) \quad \frac{C}{d} = \pi \quad (5)$$

(9) إذا كانت  $y$  تتغير طرديًا مع  $x$ ، وكانت  $y = 8$  عندما  $x = 2$ ، فأوجد قيمة  $y$  عندما  $x = 6$ .

(10) إذا كانت  $y$  تتغير طرديًا مع  $x$ ، وكانت  $y = -16$  عندما  $x = 6$ ، فأوجد قيمة  $x$  عندما  $y = -4$ .

(11) إذا كانت  $y$  تتغير طرديًا مع  $x$ ، وكانت  $y = 132$  عندما  $x = 11$ ، فأوجد قيمة  $y$  عندما  $x = 33$ .

(12) إذا كانت  $y$  تتغير طرديًا مع  $x$ ، وكانت  $y = 7$  عندما  $x = 1.5$ ، فأوجد قيمة  $y$  عندما  $x = 4$ .

(13) إذا كانت  $y$  تتغير تعبيرًا مشتركًا مع  $x$  و  $z$ ، وكانت  $y = 24$  عندما  $x = 2$  و  $z = 1$ ، فأوجد قيمة  $y$  عندما  $x = 12$  و  $z = 2$ .

(14) إذا كانت  $y$  تتغير تعبيرًا مشتركًا مع  $x$  و  $z$ ، وكانت  $y = 60$  عندما  $x = 3$  و  $z = 4$ ، فأوجد قيمة  $y$  عندما  $x = 6$  و  $z = 8$ .

(15) إذا كانت  $y$  تتغير تعبيرًا مشتركًا مع  $x$  و  $z$ ، وكانت  $y = 12$  عندما  $x = -2$  و  $z = 3$ ، فأوجد قيمة  $y$  عندما  $x = 4$  و  $z = -1$ .

(16) إذا كانت  $y$  تتغير عكسيًا مع  $x$ ، وكانت  $y = 16$  عندما  $x = 4$ ، فأوجد قيمة  $y$  عندما  $x = 3$ .

(17) إذا كانت  $y$  تتغير عكسيًا مع  $x$ ، وكانت  $y = 3$  عندما  $x = 5$ ، فأوجد قيمة  $x$  عندما  $y = 2.5$ .

(18) إذا كانت  $y$  تتغير طرديًا مع  $z$ ، وعكسيًا مع  $x$ ، وكانت  $y = -18$  و  $z = 3$  عندما  $x = 6$ ، فأوجد قيمة  $y$  عندما  $x = 5$  و  $z = -5$ .

(19) إذا كانت  $y$  تتغير طرديًا مع كلٍّ من  $z$  و  $x$ ، وكانت  $y = 5$  و  $z = 5$  عندما  $x = 0.4$ ، فأوجد قيمة  $x$  عندما  $y = 37.5$  و  $z = 2$ .

(20) غازات: يتغير حجم غاز محصور  $V$  عكسيًا مع ضغطه  $P$  عند ثبوت درجة الحرارة. إذا كانت  $V = 80 \text{ cm}^3$  عندما  $P = 2000 \text{ mmHg}$ ، فأوجد قيمة  $V$  عندما  $P = 320 \text{ mmHg}$ .

(21) زنبركات: تتغير الزيادة في طول الزنبرك  $S$  طرديًا مع الوزن  $F$  للجسم المعلق به. إذا ازداد طول زنبرك بمقدار 20 in عند تعليق جسم وزنه 25 رطلاً، فكم تكون الزيادة في طوله عند تعليق جسم وزنه 15 رطلاً؟

حُلِّ كلُّ معادلة أو متباينة ممَّا يأتي، وتحقِّق من صحة حلِّك:

$$\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{x}{2} \quad (2) \qquad \frac{12}{x} + \frac{3}{4} = \frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\frac{s}{s+2} + s = \frac{5s+8}{s+2} \quad (4) \qquad \frac{p+10}{p^2-2} = \frac{4}{p} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3x-2} + \frac{5}{x} = 0 \quad (6) \qquad \frac{5}{y-5} = \frac{y}{y-5} - 1 \quad (5)$$

$$\frac{1}{2h} + \frac{5}{h} = \frac{3}{h-1} \quad (8) \qquad \frac{5}{t} < \frac{9}{2t+1} \quad (7)$$

$$5 - \frac{3}{a} < \frac{7}{a} \quad (10) \qquad \frac{4}{w-2} = \frac{-1}{w+3} \quad (9)$$

$$8 + \frac{3}{y} > \frac{19}{y} \quad (12) \qquad \frac{4}{p} + \frac{1}{3p} < \frac{1}{5} \quad (11)$$

$$b + \frac{2b}{b-1} = 1 - \frac{b-3}{b-1} \quad (14) \qquad \frac{4}{5x} + \frac{1}{10} < \frac{3}{2x} \quad (13)$$

$$\frac{c+1}{c-3} = 4 - \frac{12}{c^2-2c-3} \quad (16) \qquad \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n-2} = \frac{3}{n^2-4} \quad (15)$$

$$\frac{4v}{v-1} - \frac{5v}{v-2} = \frac{2}{v^2-3v+2} \quad (18) \qquad \frac{3}{k-3} + \frac{4}{k-4} = \frac{25}{k^2-7k+12} \quad (17)$$

$$\frac{x^2+4}{x^2-4} + \frac{x}{2-x} = \frac{2}{x+2} \quad (20) \qquad \frac{y}{y+2} + \frac{7}{y-5} = \frac{14}{y^2-3y-10} \quad (19)$$

$$3 = \frac{6a-1}{2a+7} + \frac{22}{a+5} \quad (22) \qquad \frac{r}{r+4} + \frac{4}{r-4} = \frac{r^2+16}{r^2-16} \quad (21)$$

**(23) كرة سلَّة:** سجَّل عليُّ 9 أهداف من 19 رمية حرَّة لعبها. ويريد أن يرفع نسبة الأهداف التي يسجِّلها إلى 60% من الرميات. فإذا كان  $x$  هو عدد الرميات الحرَّة التي لعبها بعد ذلك فسجِّلها جميعاً أهدافاً، فإن الدالة  $f(x) = \frac{9+x}{19+x}$  تمثِّل النسبة الجديدة للأهداف التي سجَّلها. أوجد قيمة  $x$  التي تكون عندها نسبة الأهداف 60%، وبيِّن هل هذه الإجابة معقولة أم لا؟ ووضِّح إجابتك.

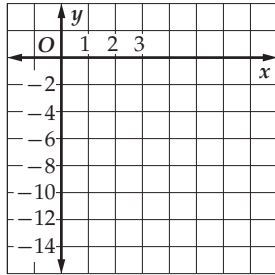
## الفصل الثاني: المتتابعات والمتسلسلات

### المتتابعات بوصفها دوال

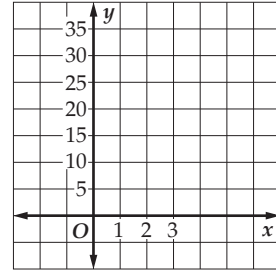
2-1

أوجد الحدود الأربعة التالية في كلٍّ من المتتابعتين الحسابيتين الآتيتين، ثم مثل الحدود السبعة الأولى بيانياً:

(2)  $-4, -6, -8, \dots$

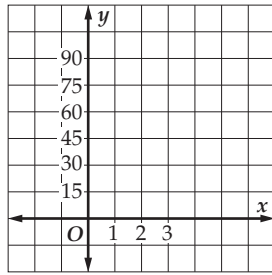


(1)  $5, 8, 11, \dots$

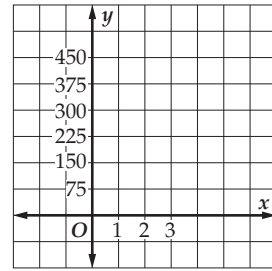


أوجد الحدود الثلاثة التالية في كلٍّ من المتتابعتين الهندسيتين الآتيتين، ثم مثل الحدود السبعة الأولى بيانياً.

(4)  $81, 27, 9, \dots$



(3)  $\frac{1}{10}, \frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, \dots$



حدّد نوع المتتابعة في كلٍّ ممّا يأتي، هل هي حسابية، أم هندسية، أم غير ذلك؟ ووضّح إجابتك.

(6)  $-49, -37, -25, -13, \dots$

(5)  $57, 456, 3648, 29184, \dots$

(8)  $824, 412, 206, 103, \dots$

(7)  $4, 9, 16, 25, 36, \dots$

(9) **مدّرج:** يتكون مدّرج من عدة صفوف، إذا كان عدد مقاعد الصف الأول 20 مقعداً، وكان كل صفٍّ يزيد على السابق له بأربعة مقاعد، ففي أيِّ صفٍّ يكون عدد المقاعد 48؟

(10) **شركات:** ربحت شركة في نهاية السنة الأولى من إنشائها 100000 ريال. فإذا كان ربحها يزيد سنوياً بمقدار 5000 ريال، فكم ريالاً سيكون ربح الشركة بعد 6 سنوات من إنشائها؟

## المتتابعات والامتسلسلات الحسابية

أوجد قيمة الحد المطلوب في كل من المتابعتين الآتيتين:

(1) الحد الستون في المتتابعة الحسابية التي فيها  $a_1 = 418$  ,  $d = 12$

(2)  $a_{23}$  في المتتابعة ، ... ، -66, -50, -34, -18

اكتب صيغة الحد النوني في كل من المتابعتين الآتيتين:

(3) ... 0, 15, 30, 45

(4) ... -45, -59, -73, -87

أوجد الأوساط الحسابية في كل من المتابعتين الآتيتين:

(5) 9, ...?, ...?, ...?, 93

(6) -9, ...?, ...?, ...?, 23

أوجد مجموع حدود كل متسلسلة حسابية فيما يأتي:

(8)  $89 + 86 + 83 + 80 + \dots + 20$

(7)  $-4 + 1 + 6 + 11 + \dots + 91$

(11)  $\sum_{n=1}^5 (9 - 4n)$

(10)  $\sum_{j=1}^6 (5 + 3j)$

(9)  $\sum_{n=1}^4 (1 - 2n)$

(14)  $\sum_{n=1}^{101} (4 - 4n)$

(13)  $\sum_{n=3}^8 (5n - 10)$

(12)  $\sum_{k=4}^{10} (2k + 1)$

أوجد الحدود الثلاثة الأولى في كل من المتابعات الحسابية الآتية:

(16)  $a_1 = 1, a_n = 19, S_n = 100$

(15)  $a_1 = 14, a_n = -85, S_n = -1207$

(18)  $n = 15, a_n = 5 \frac{4}{5}, S_n = 45$

(17)  $n = 16, a_n = 15, S_n = -120$

(19) مكعبات: يضع مهند مكعبات بعضها فوق بعض ، وقد وضع في الطبقة السفلية 20 مكعباً ، وتنقص كل طبقة عن التي تحتها مباشرةً بمكعبين ، إذا كان في الطبقة العليا 4 مكعبات ، فما عدد المكعبات التي استعملها مهند؟

أوجد  $a_n$  في كلٍّ من المتتابعات الهندسية الآتية:

$$a_1 = 20, r = -3, n = 6 \quad (2)$$

$$a_1 = 5, r = 3, n = 6 \quad (1)$$

$$a_1 = -3125, r = -\frac{1}{5}, n = 9 \quad (4)$$

$$a_1 = 8, r = \frac{1}{2}, n = 9 \quad (3)$$

اكتب صيغة الحدّ النوني في كلٍّ من المتتابعات الهندسية الآتية:

$$-1, -5, -25, \dots \quad (6)$$

$$1, 4, 16, \dots \quad (5)$$

$$-3, -6, -12, \dots \quad (8)$$

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots \quad (7)$$

أوجد الأوساط الهندسية المطلوبة في كل من المتتابعتين الآتيتين:

$$2, \dots, ?, \dots, ?, \dots, 162 \quad (10)$$

$$-2, \dots, ?, \dots, ?, \dots, ?, \dots, 64 \quad (9)$$

أوجد مجموع حدود كلٍّ من المتسلسلات الهندسية الآتية:

$$\sum_{k=2}^{32} 9(-1)^{k-1} \quad (13)$$

$$\sum_{k=1}^8 (-3)(3)^{k-1} \quad (12)$$

$$\sum_{k=3}^{10} (-4)(-2)^{k-1} \quad (11)$$

أوجد  $a_1$  في كلٍّ من المتسلسلات الهندسية المعرفة كما يأتي:

$$S_n = 1512, n = 6, r = 2 \quad (15)$$

$$S_n = 1550, n = 3, r = 5 \quad (14)$$

$$S_n = 4860, r = 3, a_n = 3280.5 \quad (17)$$

$$S_n = 3478.2, r = 2, a_n = 3481.6 \quad (16)$$

(18) أحياء: مجتمع من البكتيريا فيه 200 عنصر، إذا علمت أن عدد البكتيريا يتضاعف كل ساعتين مرة، فما عدد البكتيريا في المجتمع بعد 12 ساعة؟

(19) ضوء: إذا كانت نسبة الضوء التي تحجبها طبقة سُمكها قدم واحدة من ماء بحيرة هي 60% من كمية الضوء الساقط عليها، فما نسبة كمية الضوء التي تمرّ خلال طبقة سمكها 5 ft من الماء؟

## المتسلسلات الهندسية اللانهائية

أوجد مجموع الحدود لكل من المتسلسلات اللانهائية الآتية إن وجد:

$$a_1 = 26, r = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$a_1 = 35, r = \frac{2}{7} \quad (1)$$

$$a_1 = 42, r = \frac{6}{5} \quad (4)$$

$$a_1 = 98, r = -\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$a_1 = 500, r = \frac{1}{5} \quad (6)$$

$$a_1 = 112, r = -\frac{3}{5} \quad (5)$$

$$18 - 6 + 2 - \dots \quad (8)$$

$$a_1 = 135, r = -\frac{1}{2} \quad (7)$$

$$6 + 4 + \frac{8}{3} + \dots \quad (10)$$

$$2 + 6 + 18 + \dots \quad (9)$$

$$10 + 1 + 0.1 + \dots \quad (12)$$

$$\frac{4}{25} + \frac{2}{5} + 1 + \dots \quad (11)$$

$$-270 + 135 - 67.5 + \dots \quad (14)$$

$$100 + 20 + 4 + \dots \quad (13)$$

$$\frac{7}{10} + \frac{7}{100} + \frac{7}{1000} + \dots \quad (16)$$

$$0.5 + 0.25 + 0.125 + \dots \quad (15)$$

$$\frac{1}{12} - \frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \dots \quad (18)$$

$$0.8 + 0.08 + 0.008 + \dots \quad (17)$$

$$0.3 - 0.003 + 0.00003 - \dots \quad (20)$$

$$3 + \frac{9}{7} + \frac{27}{49} + \dots \quad (19)$$

$$\frac{2}{3} - 2 + 6 - \dots \quad (22)$$

$$0.06 + 0.006 + 0.0006 + \dots \quad (21)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3} \left(-\frac{3}{4}\right)^{n-1} \quad (24)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} 3 \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} \quad (23)$$

اكتب كلاً من الكسور العشرية الدورية الآتية في صورة كسر اعتيادي:

$$0.\overline{43} \quad (27)$$

$$0.\overline{09} \quad (26)$$

$$0.\overline{6} \quad (25)$$

$$0.\overline{990} \quad (30)$$

$$0.\overline{84} \quad (29)$$

$$0.\overline{243} \quad (28)$$

(31) بندول: يتأرجح بندول بحيث تكون المسافة التي يقطعها في التأرجح الأول 8 cm، وفي كل تأرجح تالي تكون المسافة التي يقطعها  $\frac{4}{5}$  المسافة السابقة مباشرة. ما المسافة التي سيقطعها البندول عندما يتوقف تمامًا عن الحركة؟

(32) كرات: أسقطت كرة مطاطية من ارتفاع 10 ft وارتدت إلى مسافة تبلغ  $\frac{9}{10}$  المسافة الأصلية. إذا استمر ارتداد الكرة بهذه الطريقة، فما مجموع المسافة التي تقطعها الكرة ذهابًا وإيابًا، عندما تتوقف عن الارتداد؟ (إرشاد: اجمع المسافة التي تقطعها الكرة نزولًا، إلى المسافة التي تقطعها صعودًا).

أوجد مفكوك كلٍّ ممَّا يأتي:

(1)  $(n + v)^5$

(2)  $(x - y)^4$

(3)  $(x + y)^6$

(4)  $(r + 3)^5$

(5)  $(m - 5)^5$

(6)  $(x + 4)^4$

(7)  $(3x + y)^4$

(8)  $(2m - y)^4$

(9)  $(w - 3z)^3$

(10)  $(2d + 3)^6$

(11)  $(x + 2y)^5$

(12)  $(2x - y)^5$

(13)  $(a - 3b)^4$

(14)  $(3 - 2z)^4$

(15)  $(3m - 4p)^3$

(16)  $(5x - 2y)^4$

أوجد قيمة الحدِّ المطلوب في مفكوك كلٍّ ممَّا يأتي:

(18) الحدُّ الرابع في مفكوك  $(5x + 2y)^5$

(17) الحدُّ السادس في مفكوك  $(x + 4y)^6$

(20) الحدُّ الثالث في مفكوك  $(x - 2)^8$

(19) الحدُّ الثامن في مفكوك  $(x - y)^{11}$

(22) الحدُّ السادس في مفكوك  $(m - p)^{10}$

(21) الحدُّ السابع في مفكوك  $(a + b)^{10}$

(24) الحدُّ الرابع في مفكوك  $(x - 3y)^6$

(23) الحدُّ العاشر في مفكوك  $(2x + y)^{12}$

(25) هندسة: ما عدد القطع المستقيمة التي يمكن رسمها بين 10 نقاط، لا تقع أي ثلاث منها على استقامة واحدة، بحيث تُستعمل نقطتان فقط لرسم كل قطعة؟

(26) طرق العد: إذا رميت قطعة نقد 4 مرات، فما عدد المرات المختلفة من الرميات التي ينتج عنها 3 كتابات وصورة واحدة، أو كتابة واحدة وثلاث صور؟

## البرهان باستعمال مبدأ الاستقراء الرياضي

برهن صحة كل من الجملتين الآتيتين للأعداد الطبيعية جميعها:

$$(1) \quad (2) \quad (3) + (2) \quad (3) \quad (4) + (3) \quad (4) \quad (5) + \dots + n \quad (n+1) \quad (n+2) = \frac{1}{4} n \quad (n+1) \quad (n+2) \quad (n+3) \quad (1)$$

$$(2) \quad 18^n - 1 \text{ من مضاعفات العدد } 17.$$

أعطِ مثلاً مضاداً يبين خطأ كل جملة مما يأتي لأي عدد  $n$ :

$$(3) \quad 1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = n^3 - n^2 + 1 \quad (4) \quad 5n^2 - 2n - 3 \text{ يقبل القسمة على } 3$$

$$(5) \quad 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = \frac{n^2 + 3n - 2}{2} \quad (6) \quad 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = n^4 - n^3 + 1$$



## الفصل الثالث: الاحتمالات

### 3-1 تمثيل فضاء العينة

مثّل فضاء العينة لكل تجربة ممّا يأتي باستعمال القائمة المنظمة، والجدول، والرسم الشجري:

(1) يمكن أن يمضي راشد العطلة الصيفية مع أبناء عمه (C) أو مع جدّيه (G) في البستان (L)، أو على الشاطئ (B).

(2) يمكن أن يكتب هشام مقالته الأخيرة في المكتبة (L) أو في البيت (H)، حول موضوع علمي (S) أو تاريخي (T).

(3) يمكن أن يلتحق فراس بسلاح الطيران (A) أو بسلاح البحرية (B)، قبل التخرّج في الكلية (C) أو بعد ذلك (S).

أوجد عدد النواتج الممكنة لكل موقف ممّا يأتي :

(5) يقدّم أحد محالّ المثلّجات كوب مثلّج على النحو الآتي:

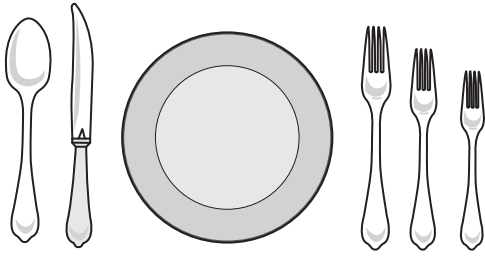
عدد الخيارات	المثلّج
3	شكل الكوب
10	المذاق
4	إضافة المكسرات
8	إضافة الفواكه المجفّفة

(4) لحف: ينتج أحد المصانع لحفّاً للأطفال على النحو الآتي:

عدد الخيارات	خيارات اللحاف
10	نوع القماش
3	نوع الحشوة
5	لون القماش
3	مقاس اللحاف

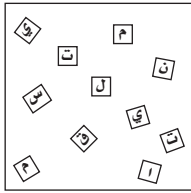
(6) توزّع مؤسسة هدايا للأطفال مكوّنة من نوع واحد من كل ممّا يأتي: 4 مذاقات من رقائق البطاطس، 4 أنواع من البسكويت، 4 أنواع من العصائر، 8 أنواع من الحلوى.

(7) تدريب: يختار مروان برنامجاً تدريبياً من بين 4 برامج في تخصّصه، تنظّمها 3 مؤسسات تدريبية. ما عدد الخيارات المتاحة أمامه ليختار برنامجاً مناسباً؟



(1) **مائدة طعام:** اعتادت هيفاء ترتيب أدوات المائدة كما هو موضح في الشكل المجاور. فإذا وضعت هذه الأدوات الخمس عشوائياً على المائدة، فما احتمال أن يكون كل من السكين والملعقة في المكان المعتاد؟ علماً بأنه تم وضع ثلاث قطع عن يمين الصحن وقطعتين عن يساره.

(2) **رقم هاتف:** إذا استعملت الأرقام 2, 2, 4, 5, 5, 6, 2 لتكوين رقم هاتف، فما احتمال أن يكون رقم الهاتف 6545222؟



(3) **أحرف لاصقة:** اشترت ميساء بعض الأحرف اللاصقة لتزيين كتابها بحيث يمكن ترتيبها بجوار بعضها لتشكيل كلمات. فإذا اختارت بديلاً من الأحرف المبيّنة في الشكل المجاور عشوائياً، فما احتمال أن تشكّل هذه الأحرف كلمة "المستقيمتين"؟

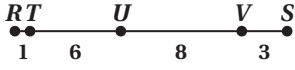
(4) **قاعة اجتماعات:** يلتقي 6 أشخاص من أعمار مختلفة في قاعة للاجتماعات، ويجلسون على شكل دائري على 6 مقاعد. فما احتمال أن يجلس أصغرهم سناً على المقعد الوحيد الأقرب إلى الباب؟

(5) **بطاقات:** علّقت على حلقة دائرية 5 بطاقات كتبت على كلٍّ منها إحدى الكلمات: الوفاء، الصدق، الأمانة، الإيمان، العلم. فما احتمال أن تكون البطاقات بالترتيب الآتي: الإيمان، الوفاء، العلم، الصدق، الأمانة؟

(6) **مبيعات:** للتسويق لشركته، يفكر مندوب مبيعات في زيارة 10 مجتمعات تجارية تقع خمسة منها في الرياض، وثلاثة في الخرج، واثنان في المجموعة. فإذا اختار المندوب 3 مجتمعات، فما احتمال أن تكون في الرياض؟

(7) **خدمات:** وُزِعَ سمير إعلانات تتعلق بخدمة الإنترنت على 20 شخصاً في الحي، فإذا اتصل به 6 أشخاص يريدون الاشتراك، فما احتمال أن يكونوا: نوافاً، أيمن، حمداً، عبد الملك، منصوراً، عبدالله، الساكنين في الحي؟

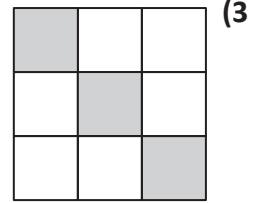
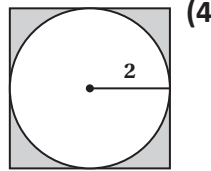
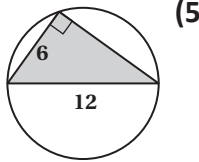
إذا اختيرت النقطة  $L$  عشوائياً على  $\overline{RS}$  في الشكل المجاور، فأوجد كلاً مما يأتي:



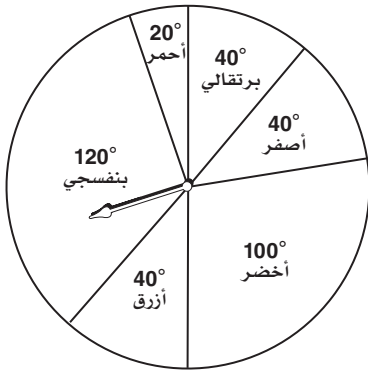
$p(L \in TV)$  (1)

$p(L \in \overline{US})$  (2)

إذا اختيرت نقطة عشوائياً، في كلٍّ من الأشكال الآتية، فأوجد احتمال وقوعها في المنطقة المظللة.



استعمل القرص ذا المؤشر الدوار لإيجاد احتمال كلٍّ من الحادثتين الآتيتين. (إذا استقر المؤشر على الخطّ الفاصل بين القطاعات يعاد تدويره):



(6) استقرار المؤشر على المنطقة البنفسجية.

(7) استقرار المؤشر على المنطقة الحمراء.

(8) محاضرات: يسجّل طالب جامعي فقرات من الأدب العربي على شريط مدته ساعتان. إذا شغل الشريط بصورة عشوائية، فما احتمال أن يشغل المسجّل خلال فقرة الشعر التي مدتها 6 دقائق و 31 ثانية؟

حدّد ما إذا كانت الحادثتان في السؤالين (1,2) مستقلّتين أم غير مستقلّتين. ثم أوجد الاحتمال:

- (1) سحب كرة حمراء دون إرجاع، ثم سحب كرة خضراء من كيس يحتوي على 5 كرات حمراء و 6 كرات خضراء.
- (2) إلقاء مكعب مرّقم من 1 إلى 6 مرّة واحدة للحصول على عدد فردي، ثم إدارة مؤشر القرص الدوّار المقسّم إلى 6 قطاعات متساوية مرّقمة من 1 إلى 6 ليستقر عند عدد زوجي.
- (3) يحتوي صندوق على 52 بطاقة مقسّمة إلى أربع مجموعات، لكلّ منها لون من الألوان الآتية: الأحمر، والأسود، والأخضر، والأزرق، ورُقمت بطاقات كلّ لون من 1 إلى 13. إذا سُحبت بطاقة ثم أُعيدت إلى الصندوق، ثم سُحبت بطاقة ثانية، فما احتمال أن تكون الأولى حمراء تحمل الرقم 1، والثانية سوداء تحمل الرقم 1 أيضًا؟
- (4) إذا رُميَ مكعب مرّقم من 1 إلى 6 مرة واحدة، فما احتمال أن يكون الرقم الظاهر 3، إذا كان الرقم الظاهر على الوجه العلوي للمكعب أكبر من 2؟
- (5) اختيار حذاء أسود عشوائياً دون إرجاع من سلّة فيها 6 أحذية سوداء و 4 أحذية بيّنة. ما احتمال اختيار حذاء آخر أسود اللون؟
- (6) يتكون قرص دائري من 12 قطاعاً متساوياً ومرّقماً من 1 إلى 12. إذا أُدير مؤشر القرص واستقر عند عدد زوجي، فما احتمال أن يكون قد استقر عند العدد 12؟
- (7) لعبة البولينج: تشير نتائج مسابقة في لعبة البولينج إلى أن احتمال إسقاط اللاعب أحمد جميع القوارير في المحاولة الأولى هو 25٪، واحتمال إسقاط محمد لها في المحاولة الأولى 43٪، فما احتمال إسقاطها من قبل اللاعبين معاً في المحاولة الأولى؟
- (8) مسح إحصائي: أُجري مسح إحصائي فُوجد أن 8 من كل 10 آباء راضون عن أداء مدير المدرسة التي يدرس بها أبنائهم. إذا اختيرت عشوائياً أسماء 4 من الآباء مع الإرجاع، فما احتمال أن يكونوا جميعاً راضين عن أداء المدير؟

حدّد ما إذا كانت الحادثتان في الأسئلة (5-1) متنافيتين أم غير متنافيتين وبرّر إجابتك، ثم أوجد الاحتمال مقرباً إلى أقرب جزء من مئة:

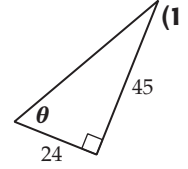
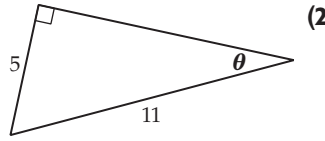
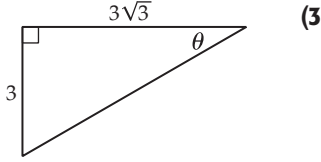
- (1) سحب بطاقة من مجموعة بطاقات عددها 20 مرقمة من 1 إلى 20 للحصول على العدد 7 أو العدد 10 .
- (2) رمي مكعبين مرقّمين متمايزين، كلاهما مرقّم من 1 إلى 6 للحصول على عددين مجموعهما يساوي 6 أو 8 على الوجهين الظاهرين.
- (3) الحصول على عدد أولي أو عدد زوجي عند اختيار أحد الأعداد الصحيحة من 1 إلى 20 .
- (4) سحب بطاقة من مجموعة بطاقات ملوّنة بالألوان الآتية : الأحمر، الأبيض، الأخضر، الأصفر، وبتاقات كل لون مرقّمة من 1 إلى 13، للحصول على العدد 2 أو بطاقة حمراء.
- (5) أن يقع الاختيار على يوم الإثنين أو الأربعاء، عند اختيار يومٍ من أيام الأسبوع عشوائياً.
- (6) ما احتمال عدم ظهور عددين متساويين عند رمي مكعبين مرقّمين متمايزين مرة واحدة؟
- (7) إذا كانت فرصة اختيار شخص لمنصب مدير تساوي 3 من 20، فما احتمال عدم اختياره؟
- (8) قُسم قرص إلى 12 قطاعاً متساوياً ومرقّماً من 1 إلى 12. إذا أُدير مؤشر القرص فما احتمال عدم استقراره على العدد 6؟
- (9) تنظيم حركة السير: إذا كانت فرصة الوصول إلى إشارة ضوئية على تقاطع طرق وهي خضراء تساوي 35%، فما احتمال الوصول إلى التقاطع عندما يكون الضوء أصفر أو أحمر؟
- (10) مسابقات: جمع خليل 50 بطاقة من بين 1000 بطاقة في مسابقة للفوز بجائزة. ما احتمال ألا يربح خليل؟

## الفصل الرابع: حساب المثلثات

### الدوال المثلثية في المثلثات القائمة الزاوية

4-1

أوجد قيم الدوال المثلثية الست للزاوية  $\theta$  في كل مما يأتي:



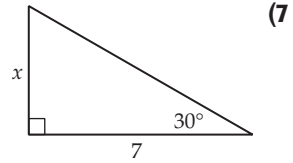
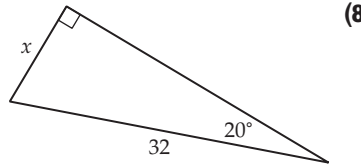
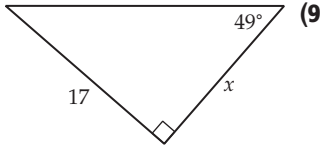
إذا علمت أن  $\angle A$ ،  $\angle B$  زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية فأجب عما يأتي:

(6) إذا كان  $\sin B = \frac{8}{15}$ ، فما قيمة  $\cos B$ ؟

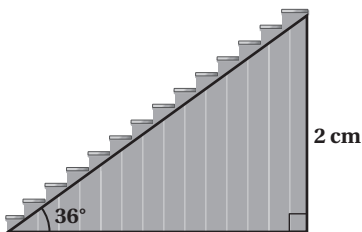
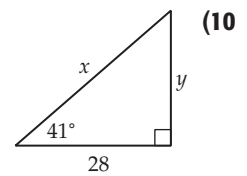
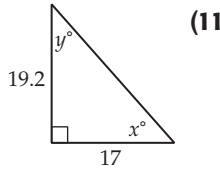
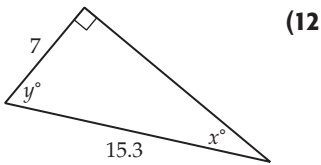
(5) إذا كان  $\tan A = \frac{11}{17}$ ، فما قيمة  $\sin A$ ؟

(4) إذا كان  $\tan B = 2$ ، فما قيمة  $\cos B$ ؟

استعمل دالة مثلثية لإيجاد قيمة  $x$  في كل مما يأتي، مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة.



استعمل دوال مثلثية، لإيجاد قيمة كل من  $x$ ،  $y$ ، مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة.

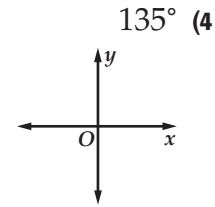
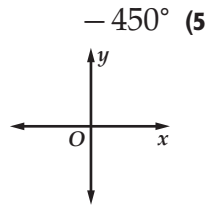
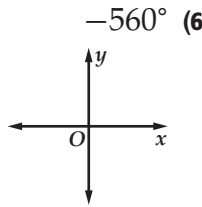
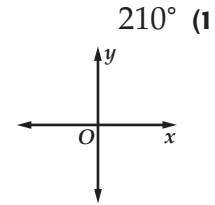
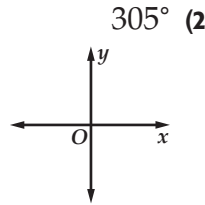
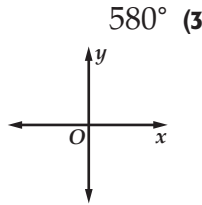


(13) درج: إذا كان ارتفاع درج بناية عن الأرض هو 2m، ويميل عليها بزاوية قياسها  $36^\circ$  كما هو موضح في الشكل المجاور، فما طول الدرج مقرباً إلى أقرب متر.

## الزوايا وقياساتها

4-2

ارسم كلاً من الزوايا الآتية المُعطى قياسها في الوضع القياسي:



في كلِّ ممَّا يأتي أوجد زاويتين إحداهما بقياس موجب، والأخرى بقياس سالب، مشتركتين في ضلع الانتهاء مع كلِّ زاوية من الزوايا المعطاة:

110° (9)

80° (8)

65° (7)

$-\frac{3\pi}{2}$  (12)

$\frac{5\pi}{6}$  (11)

$\frac{2\pi}{5}$  (10)

حوّل قياس الزاوية المكتوبة بالدرجات إلى الراديان، والمكتوبة بالراديان إلى الدرجات في كلِّ ممَّا يأتي:

-820° (16)

-72° (15)

6° (14)

18° (13)

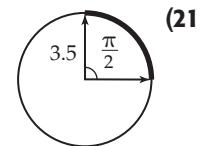
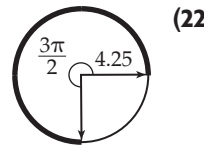
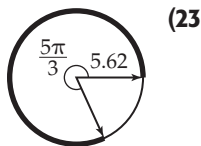
$-\frac{7\pi}{12}$  (20)

$-\frac{9\pi}{2}$  (19)

$\frac{5\pi}{2}$  (18)

4π (17)

أوجد طول القوس المحدد في كلِّ من الدوائر الآتية، مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة.



(24) وقت: أوجد بالدرجات وبالراديان قياس الزاوية التي يدورها عقرب الساعات من الساعة 5 صباحاً إلى 10 مساءً.

(25) دوران: شاحنة طول نصف قطر إطاراتها 40 cm، وتسير بسرعة (23.5 m/s) تقريباً. أوجد قياس الزاوية بالدرجات التي تدورها نقطة تقع على الطرف الخارجي للإطار كلِّ ثانية، مقرباً الإجابة إلى أقرب درجة.

## الدوال المثلثية للزوايا

4-3

إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية  $\theta$  المرسومة في الوضع القياسي يمرُّ بنقطة من النقاط الآتية في كلِّ مرة، فأوجد قيم الدوال المثلثية الستَّ للزاوية  $\theta$ .

(3)  $(-2, -5)$

(2)  $(-20, 21)$

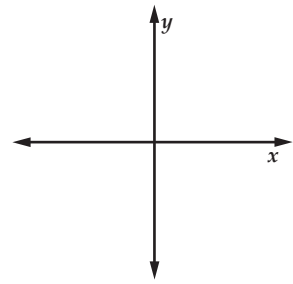
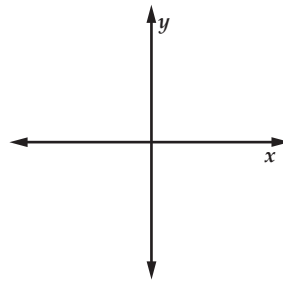
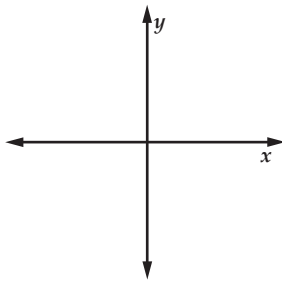
(1)  $(6, 8)$

ارسم كلاً من الزوايا الآتية في الوضع القياسي، ثم أوجد الزاوية المرجعية لها.

(6)  $-\frac{7\pi}{4}$

(5)  $-210^\circ$

(4)  $\frac{13\pi}{8}$



أوجد قيمة الدالة المثلثية في كلِّ ممَّا يأتي:

(10)  $\cos 405^\circ$

(9)  $\cot(-90^\circ)$

(8)  $\cot 210^\circ$

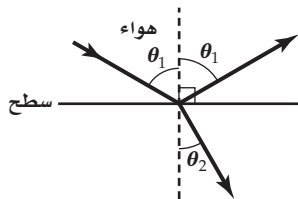
(7)  $\tan 135^\circ$

(14)  $\tan \frac{13\pi}{6}$

(13)  $\cot 2\pi$

(12)  $\csc\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$

(11)  $\tan \frac{5\pi}{3}$

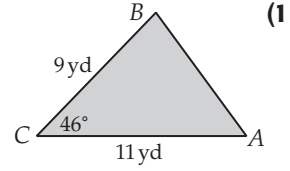
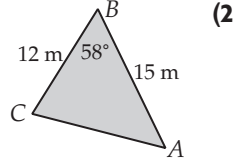
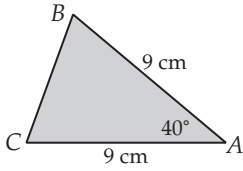


(15) ضوء: أشعة الضوء التي تترد من السطح هي الأشعة المنعكسة. وإذا كان السطح شبه شفاف، فإن بعض أشعة الضوء تنحرف عن مسارها. أي تنكسر عند مرورها من الهواء خلال مادة السطح. إذا كانت زاوية الانعكاس  $\theta_1$ ، وزاوية الانكسار  $\theta_2$ ، في الشكل المجاور ترتبطان مع بعضهما بالمعادلة:  $\sin \theta_1 = n \sin \theta_2$ . وكانت  $n = \sqrt{3}$ ،  $\theta_1 = 60^\circ$  فأوجد قياس الزاوية  $\theta_2$ .



## قانون الجيوب

أوجد مساحة  $\triangle ABC$  في كلِّ ممَّا يأتي مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة:



$$B = 27^\circ, a = 14.9 \text{ cm}, c = 18.6 \text{ cm} \quad (5)$$

$$C = 32^\circ, a = 12.6 \text{ m}, b = 8.9 \text{ m} \quad (4)$$

$$A = 34^\circ, b = 19.4 \text{ ft}, c = 8.6 \text{ ft} \quad (7)$$

$$A = 17.4^\circ, b = 12 \text{ km}, c = 14 \text{ km} \quad (6)$$

حلّ كلًّا من المثلثات الآتية، مقرباً أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

$$A = 56^\circ, B = 38^\circ, a = 12 \quad (9)$$

$$A = 50^\circ, B = 30^\circ, c = 9 \quad (8)$$

$$B = 47^\circ, C = 112^\circ, b = 13 \quad (11)$$

$$A = 80^\circ, C = 14^\circ, a = 40 \quad (10)$$

$$A = 25^\circ, C = 107^\circ, b = 12 \quad (13)$$

$$A = 72^\circ, a = 8, c = 6 \quad (12)$$

حدّد ما إذا كان لكلِّ مثلث فيما يأتي حلّ واحد، أم حلان، أم ليس له حل. أوجد الحلول، مقرباً أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة:

$$A = 70^\circ, a = 25, b = 20 \quad (15)$$

$$A = 29^\circ, a = 6, b = 13 \quad (14)$$

$$A = 110^\circ, a = 20, b = 8 \quad (17)$$

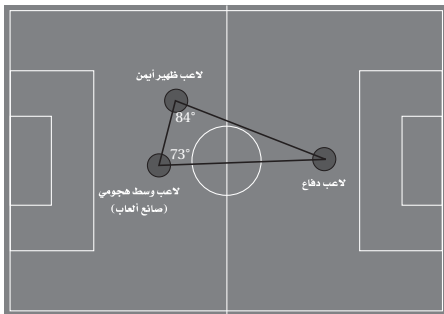
$$A = 113^\circ, a = 21, b = 25 \quad (16)$$

$$A = 54^\circ, a = 5, b = 8 \quad (19)$$

$$A = 66^\circ, a = 12, b = 7 \quad (18)$$

$$A = 60^\circ, a = 4\sqrt{3}, b = 8 \quad (21)$$

$$A = 45^\circ, a = 15, b = 18 \quad (20)$$

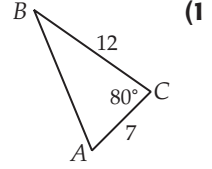
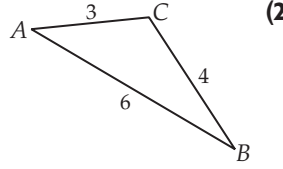
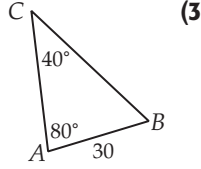


(22) كرة قدم: مرر لاعب الدفاع الكرة إلى الظهير الأيمن الذي يبعد عنه مسافة 50 m، فركلها مباشرة بزاوية  $84^\circ$  إلى لاعب الوسط الهجومي الذي أعادها إلى لاعب الدفاع مباشرة بزاوية  $73^\circ$ . كما هو موضّح في الشكل. أوجد المسافة بين لاعب الدفاع ولاعب الوسط الهجومي، مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة من المتر.

## قانون جيوب التمام

4-5

حدّد أنسب طريقة يجب البدء بها (قانون الجيوب أم قانون جيوب التمام) لحلّ كلِّ مثلث ممّا يأتي، ثم حلّ المثلث مقرّبًا أطوال الأضلاع أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة:



$B = 71^\circ, c = 6, a = 11$  (5)

$a = 16, b = 20, C = 54^\circ$  (4)

$C = 35^\circ, a = 18, b = 24$  (7)

$A = 37^\circ, a = 20, b = 18$  (6)

$A = 23^\circ, b = 10, c = 12$  (9)

$a = 8, b = 6, c = 9$  (8)

$B = 46.6^\circ, C = 112^\circ, b = 13$  (11)

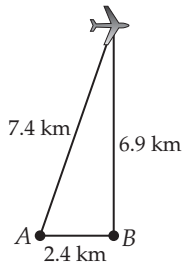
$a = 4, b = 5, c = 8$  (10)

$a = 16.4, b = 21.1, c = 18.5$  (13)

$A = 46.3^\circ, a = 35, b = 30$  (12)

$A = 78.3^\circ, b = 7, c = 11$  (15)

$C = 43.5^\circ, b = 8, c = 6$  (14)



(16) أقمار صناعية: تقوم محطّتا رادار المسافة بينهما 2.4 km بتتبّع طائرة. إذا كانت المسافة بين المحطة A والطائرة 7.4 km، والمسافة بين المحطة B والطائرة 6.9 km. فما زاوية ارتفاع الطائرة بالنسبة إلى المحطة A، مقرّبًا الإجابة إلى أقرب درجة؟

(17) رسم هندسي: لرسم مثلث بدأ فيصّل برسم قطعة مستقيمة طولها 10.7 cm من النقطة A إلى النقطة B. ومن النقطة B وزاوية قياسها  $42^\circ$  مع AB رسم فيصّل القطعة المستقيمة BC التي طولها 16.3 cm. ما طول القطعة الواصلة بين النقطتين A, C إلى أقرب عدد صحيح؟

## الدوال الدائرية

إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية  $\theta$  المرسومة في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة عند النقطة  $P$ ، فأوجد كلاً من  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$  في كلِّ ممَّا يأتي.

$$P(0.8, 0.6) \quad (3)$$

$$P\left(\frac{20}{29}, -\frac{21}{29}\right) \quad (2)$$

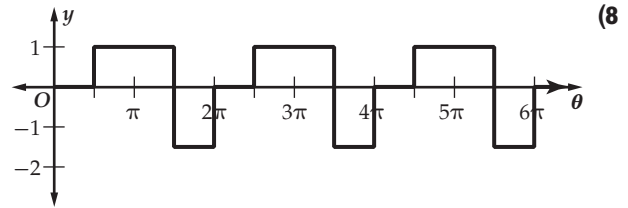
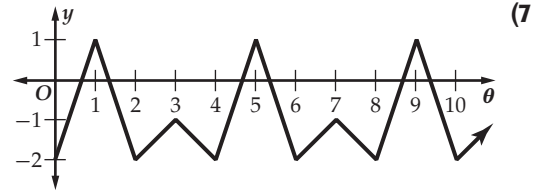
$$P\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \quad (1)$$

$$P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad (6)$$

$$P\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad (5)$$

$$P(0, -1) \quad (4)$$

أوجد طول الدورة لكلِّ من الدوال الآتية:



أوجد القيمة الدقيقة لكلِّ ممَّا يأتي:

$$\cos(-330^\circ) \quad (12)$$

$$\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \quad (11)$$

$$\sin(-30^\circ) \quad (10)$$

$$\cos\frac{7\pi}{4} \quad (9)$$

$$\cos\left(-\frac{11\pi}{4}\right) \quad (16)$$

$$\cos 7\pi \quad (15)$$

$$\sin\frac{9\pi}{2} \quad (14)$$

$$\cos 600^\circ \quad (13)$$

$$\sin 840^\circ \quad (20)$$

$$\cos\left(-\frac{10\pi}{3}\right) \quad (19)$$

$$\sin 585^\circ \quad (18)$$

$$\sin(-225^\circ) \quad (17)$$

(21) العجلة الدوارة: عجلة ألعاب طول قطرها 100 ft تكمل 2.5 دورة في الدقيقة. ما طول دورة الدالة التي تصف ارتفاع عربة على الحافة الخارجية للعجلة كدالة في الزمن؟

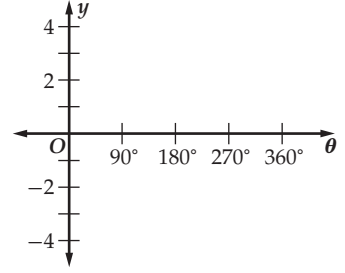
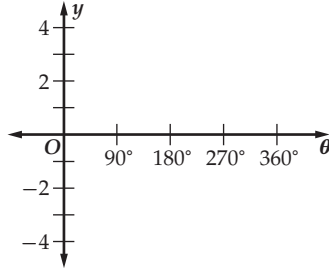
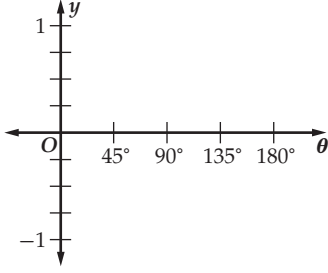
## تمثيل الدوال المثلثية بيانياً

أوجد السعة (إذا كانت معروفة)، وطول الدورة لكل دالة مما يأتي، ثم مثلها بيانياً:

$$y = \cos 5\theta \quad (3)$$

$$y = \cot \frac{1}{2}\theta \quad (2)$$

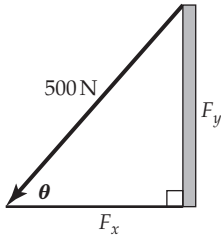
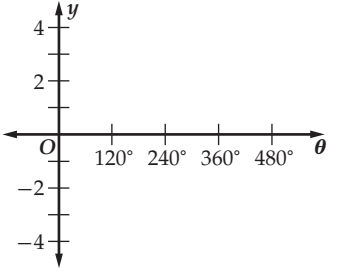
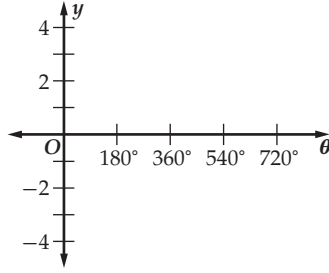
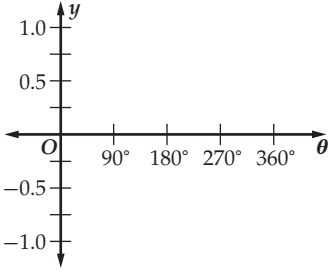
$$y = -4 \sin \theta \quad (1)$$



$$y = \frac{1}{2} \sin \theta \quad (6)$$

$$y = 2 \tan \frac{1}{2}\theta \quad (5)$$

$$y = \csc \frac{3}{4}\theta \quad (4)$$



(7) قوة: تؤثر في السيارة المبيّنة في الشكل المجاور قوة مقدارها 500 نيوتن. هذه القوة لها مركبتان أفقية  $F_x$  ورأسية  $F_y$ . (القوة التي مقدارها 1 نيوتن هي القوة التي تعطي تسارعاً مقداره  $1 \text{ m/s}^2$  لجسم كتلته 1 kg).

(a) إذا كانت الدالة:  $F_x = 500 \cos \theta$  تُمثل العلاقة بين الزاوية  $\theta$  ومركبة القوة الأفقية، فما قيمة كل من سعة هذه الدالة وطول دورتها؟

(b) إذا كانت الدالة:  $F_y = 500 \sin \theta$  تُمثل العلاقة بين الزاوية  $\theta$  ومركبة القوة الرأسية، فما قيمة كل من سعة هذه الدالة وطول دورتها؟

## الدوال المثلثية العكسية

4-8

أوجد قيمة كلٍّ مما يأتي بالدرجات وبالراديان:

$$\text{Tan}^{-1} \left( \frac{-\sqrt{3}}{3} \right) \quad (3)$$

$$\text{Cos}^{-1} \left( \frac{-\sqrt{2}}{2} \right) \quad (2)$$

$$\text{Sin}^{-1} \quad (1)$$

$$\text{Sin}^{-1} \left( -\frac{1}{2} \right) \quad (6)$$

$$\text{Tan}^{-1} (-\sqrt{3}) \quad (5)$$

$$\text{Cos}^{-1} \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

أوجد قيمة كلٍّ مما يأتي مقربًا إلى الإجابة إلى أقرب جزء من مئة:

$$\cos [\text{Tan}^{-1} (-1)] \quad (9)$$

$$\cos \left[ \text{Sin}^{-1} \left( -\frac{3}{5} \right) \right] \quad (8)$$

$$\tan \left( \text{Cos}^{-1} \frac{1}{2} \right) \quad (7)$$

$$\cos \left( \text{Tan}^{-1} \frac{3}{4} \right) \quad (12)$$

$$\sin \left( \text{Tan}^{-1} \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \quad (11)$$

$$\tan \left( \text{Sin}^{-1} \frac{12}{13} \right) \quad (10)$$

حلّ المعادلات الآتية مقربًا الناتج إلى أقرب جزء من عشرة:

$$\text{Sin } \theta = -0.5 \quad (15)$$

$$\text{Sin } \theta = 0.7 \quad (14)$$

$$\text{Tan } \theta = 10 \quad (13)$$

$$\text{Sin } \theta = -0.03 \quad (18)$$

$$\text{Tan } \theta = 0.22 \quad (17)$$

$$\text{Cos } \theta = 0.05 \quad (16)$$

(19) بكرات: المعادلة  $\cos \theta = 0.95$  تمثل الزاوية التي تتحرك فيها البكرة A ، والمعادلة  $\cos \theta = 0.17$  تمثل الزاوية التي تتحرك فيها البكرة B. أيُّ البكرتين تتحرك بزواوية أكبر من الأخرى؟

# رياضيات

الاسم: .....

المدرسة: .....