وزارة التعليم
Ministry of Education

رياضيات ٦

كتاب التمارين

التعليم الثانوي - نظام المقررات

مسار العلوم الطبيعية

العبيكان Obeikan

McGraw Hill Education

طبعة ١٤٣٧ هـ - ٢٠١٦ م

قررت وزارة التعليم بالمملكة العربية السعودية
تدريس هذا الكتاب وطبعه على نفقتها

يوزع مجانًا ولا يباع

Original Title:

Precalculus ©2011 & Algebra 2 ©2010

By:

John A. Carter, Ph. D
Prof. Gilbert J. Cuevas
Roger Day, Ph. D
Carol E. Malloy, Ph. D
Luajean Bryan
Berchie Holliday, Ed. D
Prof. Viken Hovsepian
Ruth M.Casey

CONSULTANTS

Mathematical Content
Prof. Viken Hovsepian
Grant A. Fraser, Ph.D
Arthur K. Wayman, Ph.D

Gifted and talented
Shelbi K. Cole

Mathematical Fluency
Robert M. Capraro

Reading and Writing
Releah Cossett Lent
Lynn T. Havens

Graphing Calculator
Ruth M. Casey
Jerry J. Cummins

Test Preperation
Christopher F. Black

Science/Physics
Jane Bray Nelson
Jim Nelson

رياضيات ٦

التعليم الثانوي- نظام المقررات - مسار العلوم الطبيعية

أعدَّ النسخة العربية : شركة العبيكان للتعليم

التحرير والمراجعة والمواءمة
د. ناصر بن حمد العويشق
محمد بن عبدالله البصيص
عبدالحكيم عبدالله سليمان
عمر محمد أبوغليون
خلود عبدالحفيظ لوباني
هاني جميل زريقات

التعريب والتحرير اللغوي
نخبة من المتخصصين

المشرف على لجان المراجعة
د. محمد بن عبد الله الزغيبي

المراجعة والاعتماد النهائي
صلاح بن عبدالله الزيد
د. خالد بن عبدالله المعثم
نجوى رجب محمد الشوا
لميا عبدالله يحي خان
شادية أحمد عيسى باعزيز

www.glencoe.com

www.obeikaneducation.com

Mc Graw Hill Education

العبيكان Obeikan

English Edition Copyright © 2010 the McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.

حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل©، ٢٠١٠م.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقًا لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل© ٢٠٠٨م/ ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواءً أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين و الاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

الفهـــــرس

الفصل الأول:

المتجهات

1-1 مقدمة في المتجهات ____ 4

1-2 المتجهات في المستوى الإحداثي ____ 5

1-3 الضرب الداخلي ____ 6

1-4 المتجهات في الفضاء الثلاثي الأبعاد ____ 7

1-5 الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء ____ 8

الفصل الثاني:

الإحداثيات القطبية والأعداد المركبة

2-1 الإحداثيات القطبية ____ 9

2-2 الصورة القطبية والصورة الديكارتية للمعادلات ____ 10

2-3 الأعداد المركبة ونظرية ديموافر ____ 11

الفصل الثالث:

الاحتمال والإحصاء

3-1 الدراسات المسحية والتجريبية والقائمة على الملاحظة ____ 12

3-2 التحليل الإحصائي ____ 13

3-3 الاحتمال المشروط ____ 14

3-4 الاحتمال والتوزيعات الاحتمالية ____ 15

3-5 التوزيع الطبيعي ____ 16

3-6 التوزيعات ذات الحدين ____ 17

الفصل الرابع:

النهايات والاشتقاق

4-1 تقدير النهايات بيانيًا ____ 18

4-2 حساب النهايات جبريًا ____ 19

4-3 المماس والسرعة المتجهة ____ 20

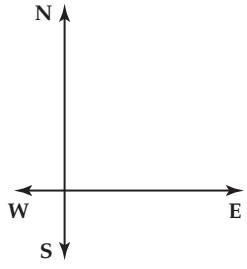
4-4 المشتقات ____ 21

4-5 المساحة تحت المنحنى والتكامل ____ 22

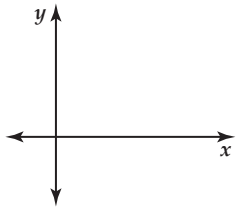
4-6 النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل ____ 23

استعمل مسطرة ومنقلة لرسم متجه يمثِّل كل كمية مما يأتي، واكتب مقياس الرسم في كل حالة :

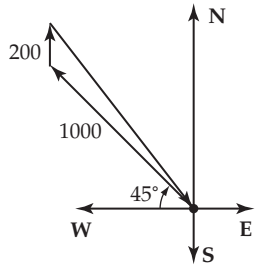
1) $\mathbf{r} = 60$ m باتجاه N 45° E



2) 100 باوند = **t** باتجاه 60° مع الأفقي



3) تسوُّق: سار محمد مسافة 1000 ft من منزله في اتجاه 45° شمال الغرب، ثم سار 200 ft في اتجاه الشمال؛ فوصل إلى مركز التسوُّق. كم أصبح بُعد محمد عن منزله؟ وفي أي اتجاه؟



4) بناء: يدفع عبد الله صندوقًا يحتوي على مواد بناء بقوة مقدارها 60 N وبزاوية قياسها 42° مع الأفقي.

a) ارسم شكلًا يُبيّن تحليل القوة التي يؤثِّر بها عبد الله في الصندوق إلى مركبتيها المتعامدتين.

b) أوجد مقدار كل من المركبتين الأفقيَّة والرأسيَّة للقوة.

1-2 المتجهات في المستوى الإحداثي

أوجد الصورة الإحداثية، وطول $\overrightarrow{AB}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته في كلٍّ مما يأتي:

1) $A(2, 4), B(-1, 3)$ **2)** $A(4, -2), B(5, -5)$ **3)** $A(-3, -6), B(8, -1)$

إذا كان $\mathbf{w} = \langle -3, 5 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle 2, -1 \rangle$ ، فأوجد كلًّا مما يأتي:

4) $3\mathbf{v}$ **5)** $\mathbf{w} - 2\mathbf{v}$

6) $4\mathbf{v} + 3\mathbf{w}$ **7)** $5\mathbf{w} - 3\mathbf{v}$

أوجد متجه وحدة $\mathbf{u}$ له اتجاه $\mathbf{v}$ نفسه في كلٍّ مما يأتي:

8) $\mathbf{v} = \langle -3, 6 \rangle$ **9)** $\mathbf{v} = \langle -8, -2 \rangle$

اكتب $\overrightarrow{DE}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته على صورة توافق خطي لمتجهي الوحدة $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ في كلٍّ مما يأتي:

10) $D(4, -5), E(6, -7)$ **11)** $D(-4, 3), E(5, -2)$

12) $D(4, 6), E(-5, -2)$ **13)** $D(2, 1), E(3, 7)$

أوجد الصورة الإحداثية للمتجه $\mathbf{v}$ المُعطى طوله وزاوية اتجاهه مع المحور الأفقي في كلٍّ مما يأتي:

14) $|\mathbf{v}| = 12, \theta = 42°$ **15)** $|\mathbf{v}| = 8, \theta = 132°$

16) بستنة: يقوم علي ومحمد بدفع حجر من حديقتهم. إذا كان علي يدفع الحجر بقوة مقدارها 120 N بزاوية تميل 60° عن المحور الأفقي، في حين يدفع محمد الحجر بقوة مقدارها 180 N بزاوية تميل 40° عن المحور الأفقي، فأوجد مقدار محصلة القوى الناتجة عن تأثير قوتي الدفع معًا.

1-3 الضرب الداخلي

أوجد الضرب الداخلي للمتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ ، ثم تحقق مما إذا كانا متعامدين في كلٍّ مما يأتي :

1) $\mathbf{u} = \langle 3, 6 \rangle, \mathbf{v} = \langle -4, 2 \rangle$ **2)** $\mathbf{u} = -\mathbf{i} + 4\mathbf{j}, \mathbf{v} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ **3)** $\mathbf{u} = \langle 2, 0 \rangle, \mathbf{v} = \langle -1, -1 \rangle$

أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلٍّ مما يأتي، وقرِّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة:

4) $\mathbf{u} = \langle -1, 9 \rangle, \mathbf{v} = \langle 3, 12 \rangle$

5) $\mathbf{u} = \langle -6, -2 \rangle, \mathbf{v} = \langle 2, 12 \rangle$

6) $\mathbf{u} = 27\mathbf{i} + 14\mathbf{j}, \mathbf{v} = \mathbf{i} - 7\mathbf{j}$

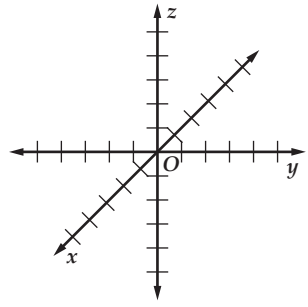
7) $\mathbf{u} = 5\mathbf{i} - 4\mathbf{j}, \mathbf{v} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$

8) مواصلات: انطلق القطاران A, B من نقطة واحدة. إذا كان $\langle 33, 12 \rangle$ يُمثّل مسار القطار A ، و $\langle 55, 4 \rangle$ يُمثّل مسار القطار B ، فأوجد قياس الزاوية بين المتجهين.

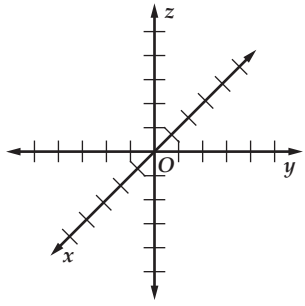
9) فيزياء: يدفع شخص عربة على أرض مستوية بقوة مقدارها 100N، بزاوية لأسفل قياسها 30° عن الأفقي. أوجد مقدار الشغل بالجول الذي يبذله الشخص إذا حرّك العربة مسافة 6m، وَقرّب الناتج إلى أقرب عدد صحيح. (إرشاد: استعمل الصيغة $W = F.d$ ، حيث W الشغل بالجول، وَ F القوة بالنيوتن، وَ d المسافة بالأمتار).

عيّن كل نقطة مما يأتي في نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد أدناه :

1) $(-3, 4, -1)$

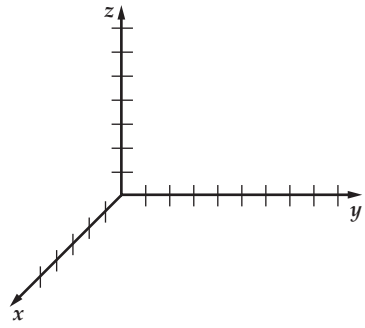


2) $(2, 0, -5)$

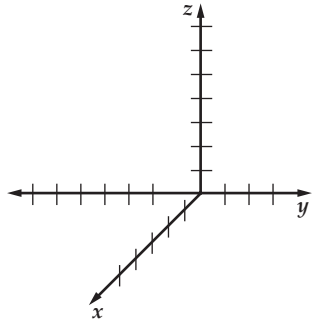


مثِّل كلًّا من المتجهات الآتية في نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد أدناه :

3) $\langle 4, 7, 6 \rangle$



4) $\langle 4, -2, 6 \rangle$



أوجد الصورة الإحداثية، وطول $\overrightarrow{AB}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته في كلٍّ مما يأتي، ثم أوجد متجه وحدة في اتجاه $\overrightarrow{AB}$:

5) $A(2, 1, 3), B(-4, 5, 7)$

6) $A(4, 0, 6), B(7, 1, -3)$

7) $A(-4, 5, 8), B(7, 2, -9)$

8) $A(6, 8, -5), B(7, -3, 12)$

أوجد إحداثيي نقطة المنتصف، وطول القطعة المستقيمة المُعطاة نقطتا طرفيها في كلٍّ مما يأتي :

9) $(3, 4, -9), (-4, 7, 1)$

10) $(-17, -3, 2), (3, -9, 5)$

أوجد كلًّا مما يأتي للمتجهين $\mathbf{v} = \langle 2, -4, 5 \rangle$, $\mathbf{w} = \langle 6, -8, 9 \rangle$:

11) $\mathbf{v} + \mathbf{w}$

12) $5\mathbf{v} - 2\mathbf{w}$

1-5 الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء

أوجد الضرب الداخلي للمتجهين في كلٍّ مما يأتي، ثم حدِّد ما إذا كانا متعامدين:

1) $\langle -2, 0, 1\rangle , \langle 3, 2, -3\rangle$ **2)** $\langle -4, -1, 1\rangle , \langle 1, -3, 4\rangle$ **3)** $\langle 0, 0, 1\rangle , \langle 1, -2, 0\rangle$

أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلٍّ مما يأتي، وقرّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة:

4) $\mathbf{u} = \langle 1, -2, 1\rangle$ $\mathbf{v} = \langle 0, 3, -2\rangle$

5) $\mathbf{u} = \langle 3, -2, 1\rangle$ $\mathbf{v} = \langle -4, -2, 5\rangle$

6) $\mathbf{u} = \langle 2, -4, 4\rangle$ $\mathbf{v} = \langle -2, -1, 6\rangle$

أوجد الضرب الاتجاهي $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ في كلٍّ مما يأتي، ثم بيّن أن $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ عمودي على كلٍّ من $\mathbf{u}, \mathbf{v}$:

7) $\mathbf{u} = \langle 1, 3, 4\rangle , \mathbf{v} = \langle -1, 0, -1\rangle$ **8)** $\mathbf{u} = \langle 3, 1, -6\rangle , \mathbf{v} = \langle -2, 4, 3\rangle$

9) $\mathbf{u} = \langle 3, 1, 2\rangle , \mathbf{v} = \langle 2, -3, 1\rangle$ **10)** $\mathbf{u} = \langle 4, -1, 0\rangle , \mathbf{v} = \langle 5, -3, -1\rangle$

أوجد مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ ضلعان متجاوران في كلٍّ مما يأتي:

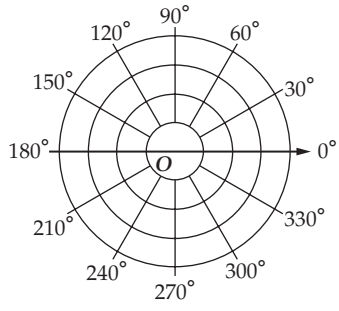
11) $\mathbf{u} = \langle 9, 4, 2\rangle, \mathbf{v} = \langle 6, -4, 2\rangle$ **12)** $\mathbf{u} = \langle 2, 0, -8\rangle, \mathbf{v} = \langle -3, -8, -5\rangle$

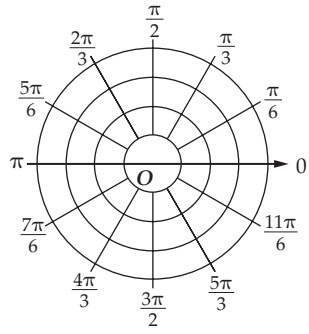
13) أوجد حجم متوازي السطوح الذي تكون فيه المتجهات $\langle -2, -5, -8\rangle , \langle -7, -2, 6\rangle , \langle 9, -2, 3\rangle$ أحرفًا متجاورة.

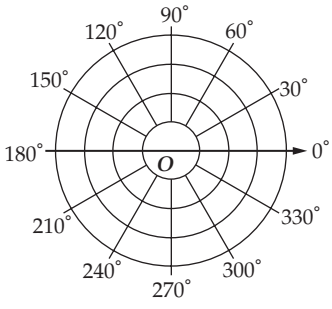
2-1 الإحداثيات القطبية

مثِّل كل نقطة مما يأتي في المستوى القطبي أدناه:

1) $(2.5, 0°)$ **2)** $(-2, \frac{\pi}{4})$ **3)** $(-1, -30°)$

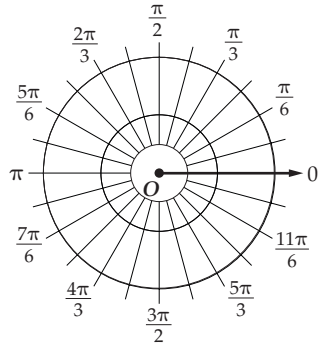


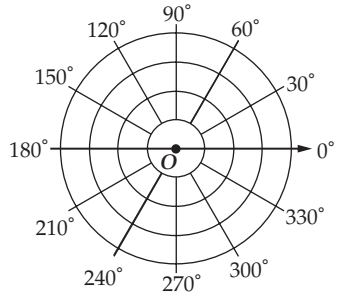


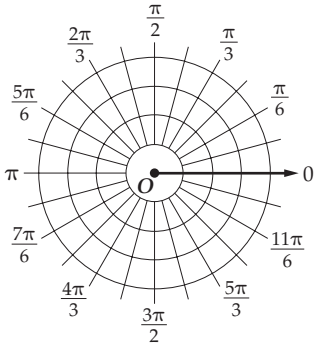


مثِّل كل معادلة قطبية مما يأتي بيانيًّا في المستوى القطبي أدناه:

4) $r = 3$ **5)** $\theta = 60°$ **6)** $r = 4$

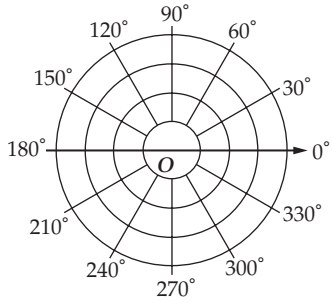






7) منظر طبيعي: صمَّم أحد المعماريين حديقة في مبنى جديد.

a) إذا وضع المصمِّم نخلة عند النقطة $(-135°, 3)$، فمثِّل موقع النخلة في المستوى القطبي أدناه.



b) إذا أراد المصمم وضع مقعد عند $(85°, -4)$ ، وإنشاء بركة عند $(105°, 1)$ فأوجد المسافة بين المقعد والبركة، مقرّبًا الناتج إلى أقرب جزءمن مئة إذا لزم الأمر.

2-2 الصورة القطبية والصورة الديكارتية للمعادلات

حوّل الإحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية، لكل نقطة مما يأتي:

1) $(6, 120°)$ **2)** $(-4, 45°)$ **3)** $(4, \frac{\pi}{6})$

أوجد زوجين مختلفين كل منهما يمثِّل إحداثيات قطبية لكل نقطة معطاة بالإحداثيات الديكارتية، في كلٍّ مما يأتي:

4) $(2, 2)$ **5)** $(2, -3)$ **6)** $(-3, \sqrt{3})$

اكتب كلًّا من المعادلتين الآتيتين على الصورة القطبية:

7) $x^2 + y^2 = 9$ **8)** $y = 3$

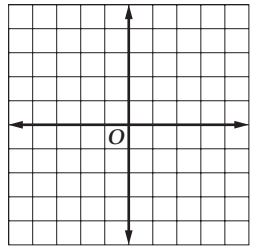
اكتب كلًّا من المعادلتين القطبيتين الآتيتين على الصورة الديكارتية:

9) $r = 4$ **10)** $r \cos \theta = 5$

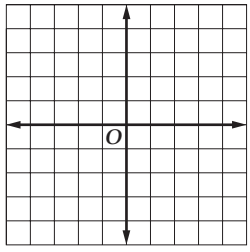
11) مساحة: وجد مسّاح حدًّا لأرض عند نقطة إحداثياها القطبيين $(40, 62°)$. ما الإحداثيات الديكارتية لهذه النقطة؟

مثّل كلًّا من العددين المركبين الآتيين في المستوى المركب، وأوجد قيمته المطلقة (قرب إلى أقرب جزء من مئة):

1) $2+3i$



2) $-1+4i$



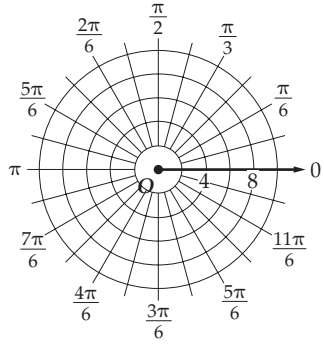
اكتب كلًّا من العددين المركبين الآتيين على الصورة القطبية:

3) $2+2\sqrt{3}\,i$

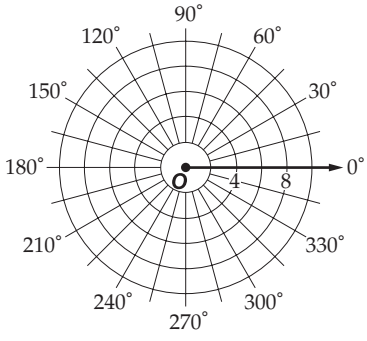
4) $3\sqrt{3}-3i$

مثّل كلًّا من العددين المركبين الآتيين في المستوى القطبي، ثم عبّر عنه بالصورة الديكارتية:

5) $4\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$



6) $5\,(\cos 150^\circ + i\sin 150^\circ)$



أوجد الناتج لكلٍّ مما يأتي، ثم عبّر عنه بالصورة الديكارتية:

7) $2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)\cdot 5\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

8) $8(\cos 240^\circ + i\sin 240^\circ) \div 4\,(\cos 210^\circ + i\sin 210^\circ)$

أوجد الناتج لكلٍّ مما يأتي، ثم عبّر عنه بالصورة الديكارتية:

9) $(-\sqrt{3}+i)^5$

10) $(1+i)^{10}$

أوجد جميع الجذور المطلوبة للعددين المركبين الآتيين:

11) الجذور الرباعية للعدد $-8+8\sqrt{3}\,i$

12) الجذور السباعية للعدد i

13) كهرباء: أوجد شدة التيار المار في دائرة كهربائية فرق جهدها 12 V، ومعاوقتها $(4\mathbf{j}-2)\ \Omega$ مستعملاً الصيغة $V=I\cdot Z$، حيث V فرق الجهد بالفولت، و I شدة التيار بالأمبير، و Z المعاوقة بالأوم (قرّب إلى أقرب جزء من عشرة).

(إرشاد: يستعمل مهندسو الكهرباء الرمز $\mathbf{j}$ للدلالة على العدد التخيلي i؛ لذا فهم يكتبون العدد المركب على الصورة $a+b\mathbf{j}$. عبّر عن كلّ عدد على الصورة القطبية وعوّضها في الصيغة المعطاة، ثم اكتب مقدار شدّة التيار على الصورة الديكارتية).

3-1 الدراسات المسحية والتجريبية والقائمة على الملاحظة

حدِّد ما إذا كان كل من الموقفين الآتيين يمثِّل دراسة تجريبية أو دراسة قائمة على الملاحظة، وإذا كانت دراسة تجريبية؛ فحدد المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة، ثم بيِّن ما إذا كانت متحيزة أم لا:

1) من 300 طالب، اختر 150 طالبًا ممن يلعبون الشطرنج، وقارن بين درجاتهم.

2) اختر 1000 شخص ووزّعهم عشوائيًّا في مجموعتين، أعطِ إحدى المجموعتين فيتامينًا، ولا تُعْطِ للأخرى شيئًا.

حدّد ما إذا كانت كل حالة من الحالتين الآتيتين تتطلب دراسة مسحية أم دراسة قائمة على الملاحظة أم دراسة تجريبية، وفسّر إجابتك.

3) تريد مقارنة صحّة الطلاب الذين يذهبون إلى المدرسة سيرًا على الأقدام، والذين يأتون بالحافلات المدرسية.

4) تريد معرفة ما إذا كان الطلاب الذين يأكلون حلوى قبل الاختبار مباشرة يحصلون على درجات أعلى من أولئك الذين لا يأكلون الحلوى.

بيّن ما إذا كانت العبارات الآتية تُظهر ارتباطًا أم سببية، وفسّر إجابتك:

5) إذا مارستُ رياضة الركض يوميًّا، فسأكمل السباق في ثلاث ساعات.

6) عندما لا تكون السماء غائمة، فلن تمطر.

7) دلَّت الدراسات على أن تناول الفيتامينات المركّبة يحافظ على صحة الجسم.

8) إذا درست لمدة ثلاث ساعات، سأحصل على درجة 100% في اختبار التاريخ.

أيّ مقاييس النزعة المركزية يصف البيانات الآتية بشكل أفضل؟ ولماذا؟

1) {12.1, 14.9, 6.7, 10, 12.8, 14, 18}

2) {77.9, 101, 78.9, 105, 4.2, 110, 87.9}

3) {10, 14.7, 14.7, 21, 7.4, 14.7, 8, 14.7}

4) {29, 36, 14, 99, 16, 15, 12, 30}

5) سيارات: في دراسة مسحية شملت 56 شخصًا اختيروا عشوائيًّا في إحدى المدن وُجِد أن 14% منهم يقودون سيارات بيضاء اللون. ما هامش خطأ المعاينة؟ وما الفترة الممكنة التي تتضمن نسبة المجتمع الكلي الذين يقودون سيارات بيضاء؟

6) شواطئ البحر: في دراسة مسحية شملت 812 شخصًا اختيروا عشوائيًّا وُجِد أن 57% ذهبوا إلى شاطئ البحر أربع مرات على الأقل خلال العام الماضي. ما هامش خطأ المعاينة؟ وما الفترة الممكنة التي تتضمن نسبة المجتمع الذين ذهبوا إلى شاطئ البحر أربع مرات على الأقل خلال العام الماضي؟

7) أوجد الانحراف المعياري للبيانات في كل من **a, b**، وقرّبه إلى أقرب جزء من مئة.

a)

عدد مرات فوز كل لاعب في فريق تنس الطاولة في الموسم الماضي					
8	4	17	9	2	10
5	19	15	10	9	9

b)

الدرجات التي حصل عليها 18 طالبًا اختيروا عشوائيًّا من طلاب الصف الثالث الثانوي					
9	10	5	4	10	7
3	4	4	6	5	11
9	3	5	8	7	12

أُلقي مكعبان مرقمان متمايزان مرة واحدة. أوجد احتمال كل ممّا يأتي:

1) ظهور العدد 5 على وجهي المكعبين علمًا بأن العدد نفسه ظهر عليهما.

2) ظهور العدد 4 على وجهي المكعبين علمًا بأن العددين الظاهرين، كل منهما يزيد على 3.

3) عدم ظهور العدد 2 على أي من الوجهين علمًا بأن العددين الظاهرين زوجيان.

4) كيمياء: يختبر كل من أحمد ووليد درجة الحموضة (PH) لِـ32 مركّبًا في إحدى تجارب الكيمياء، وقد قسموا العمل بينهما كما في الجدول المجاور. إذا اختير مركب عشوائيًّا، فأوجد كل احتمال فيما يأتي:

نتائج	وليد	أحمد
حامضي	12	8
قاعدي	9	3

a) أن يكون المركب حامضيًّا علمًا بأن وليدًا هو الذي اختبره.

b) أن يختبر أحمد المركب علمًا بأن النتيجة "قاعدي".

5) انتخابات: تنافس المرشحان (A) ، (B) على رئاسة اللجنة الاجتماعية ضمن منطقة تشتمل على أربع مجمعات سكنية (المجمع 1، والمجمع 2، والمجمع 3، والمجمع 4). والجدول أدناه يمثّل الأصوات التي حصل عليها المرشّحانِ.

	المجمع 1	المجمع 2	المجمع 3	المجمع 4
المرشح(A)	61	54	40	30
المرشح(B)	65	50	40	45

إذا اختير شخص عشوائيًّا، فأوجد احتمال كل مما يأتي:

a) أن يكون الشخص قد انتخب المرشح A علمًا بأنه من المجمع 4.

b) أن يكون الشخص قد انتخب المرشح B علمًا بأنه من المجمع 3.

6) كرة سلة: أحرز أحد لاعبي كرة السلة 194 هدفًا خلال العام الحالي، بينما كان رصيده من الأهداف في الأعوام السابقة 2162 هدفًا. إذا علمت أن الجدول أدناه يُمثّل الأهداف التي سجَّلها خلال العام الحالي والأعوام السابقة، واختير هدف عشوائيًّا، فأوجد احتمال كل مما يأتي:

	هدف بنقطة	هدف بنقطتين	هدف بثلاث نقاط	مجموع الأهداف
العام الحالي	150	39	5	194
الأعوام السابقة	1721	386	55	2162

a) الهدف بنقطة واحدة علمًا بأن الهدف قد سجّل خلال العام الحالي.

b) الهدف بنقطتين علمًا بأن الهدف قد سجّل في الأعوام السابقة.

1) بالونات: يحتوي كيس على بالونة خضراء، و 4 بالونات حمراء، و 5 بالونات صفراء. إذا سُحِبت منه بالونتان معًا عشوائيًّا، فأوجد كلًّا ممّا يأتي:

a) P(البالونتان حمراوان) **b)** P(بالونة حمراء والأخرى صفراء) **c)** P(بالونة صفراء والأخرى خضراء)

d) P(البالونتان خضراوان) **e)** P(بالونتان صفراوان) **f)** P(بالونة حمراء والأخرى خضراء)

2) واجبات: لدى سعود 5 واجبات منزلية للمواد: الرياضيات، الكيمياء، الفيزياء، الأحياء، اللغة الإنجليزية. إذا أراد حلّها جميعًا في ذلك اليوم، فما احتمال أن تكون أول مادتين يقوم بحلهما هما الرياضيات والفيزياء، علمًا بأن لكل مادة الفرصة نفسها لتكون في أي وقت من اليوم؟

3) ورق الجدران: زار جاسم معرض ورق الجدران؛ ليشتري ورقًا لمنزله الجديد. ووجد لدى المعرض 28 كتابًا يحتوون على عينات ورق الجدران، منها 10 كتب لعيِّنات تخطيط ورسم، و 18 كتابًا لعيِّنات مناظر طبيعية. إذا سمح المعرض لجاسم أن يصطحب معه 4 كتب إلى البيت لينتقي منها، فاختار 4 كتب عشوائيًّا، فما احتمال أن تكون الكتب جميعها من كتب التخطيط والرسم؟

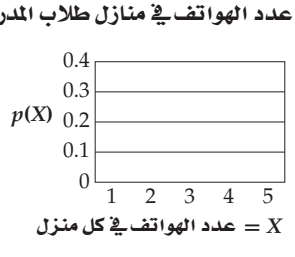
4) اتصالات: استعمل الجدول أدناه الذي يُبيّن التوزيع الاحتمالي لعدد الهواتف النقالة في منزل كل طالب من طلاب مدرسة.

X عدد الهواتف النقالة	1	2	3	4	5
الاحتمال	0.01	0.16	0.34	0.39	0.10

a) بيّن أن هذه البيانات تمثِّل توزيعًا احتماليًّا.

b) إذا اختير أحد الطلاب عشوائيًّا، فما احتمال أن يكون في منزله أكثر من 3 هواتف؟

c) مثِّل البيانات بالأعمدة.



حدّد ما إذا كانت البيانات الآتية تظهر التواءً موجبًا أم التواءً سالبًا أم موزَّعة طبيعيًّا:

1)

زمن البقاء في المتحف بالدقيقة	
الزمن بالدقيقة	التكرار
0–25	27
26–50	46
51–75	89
76–100	57
101–125	24

2)

أعمار موظفي إحدى الشركات الخاصة	
العمر بالسنوات	العدد
31–35	3
36–40	8
41–45	15
46–50	32
51–55	40
56–60	38
61–65	4

3) دراسة: يوضّح الجدول المجاور عدد ساعات الدراسة في الأسبوع لـ 100 طالب في مدرسة ثانوية.

عدد ساعات الدراسة	الطلاب
0–8	30
9–17	45
18–26	20
27–35	5

a) ما النسبة المئوية للطلاب الذين تتراوح عدد ساعات دراستهم بين 9–17 ساعة؟

b) هل تُظهر البيانات التواءً موجبًا، أم التواءً سالبًا، أم موزَّعة طبيعيًّا؟ وضِّح إجابتك.

4) اختبارات: تتوزَّع درجات اختبار طُبّق على بعض المستخدمين، توزيعًا طبيعيًّا بمتوسط 100 وانحراف معياري 15. إذا اختير أحد الطلاب عشوائيًّا.

a) ما احتمال أن تقع درجته بين 70، 130؟

b) ما احتمال أن تقع درجته بين 85، 130؟

c) ما احتمال أن تزيد درجته على 115؟

d) ما احتمال أن تقل درجته عن 85 أو تزيد على 115؟

e) إذا تقدّم للاختبار 80 مستخدمًا، فكم تتوقّع عدد الذين يحصلون على درجات تزيد على 130؟

5) درجات حرارة: تتوزَّع درجات حرارة ماء البحر في أحد الأشهر توزيعًا طبيعيًّا بمتوسط $27.5^{\circ}c$، وانحراف معياري $2^{\circ}c$،إذا كنت تُفضّل ألا تقل درجة حرارة الماء عن $25.5^{\circ}c$ كي تسبح في البحر، واخترت أحد أيام هذا الشهر عشوائيًّا، فما احتمال أن يكون هذا اليوم مناسبًا لك للسباحة؟

1) قطع نقود: إذا أُلقيت قطعة نقد 6 مرات متتالية. أوجد كلًّا مما يأتي:

a) P(ظهور الكتابة 3 مرات)

b) P(ظهور الكتابة 5 مرات)

c) P(عدم ظهور الكتابة)

d) P(ظهور الكتابة 4 مرات على الأقل)

2) ضربات حرة: احتمال أن يحرز لاعب كرة قدم هدفًا من ضربة حرة $\frac{2}{3}$. إذا ضرب 5 ضربات حرة، فأوجد كلًّا ممّا يأتي:

a) P(عدم إحراز أي هدف)

b) P(إحراز أهداف من جميع الضربات)

c) P(إحراز هدفين)

d) P(إحراز هدفين على الأكثر)

3) سلامة مرورية: أشارت دراسة أن 73% ممن يقودون السيارات، يستعملون حزام الأمان. إذا اختير 10 أشخاص عشوائيًّا، فما احتمال أن يكون نصفهم يستعملون حزام الأمان؟

4) مواصلات: في استطلاع للرأي أُجري مؤخّرًا، تبيّن أن 80% من سكان إحدى المناطق يستعملون سياراتهم الخاصة في الذهاب إلى أعمالهم. إذا تم اختيار ثلاثة أشخاص من سكان هذه المنطقة عشوائيًّا وسؤالهم عما إذا كانوا يستعملون سياراتهم الخاصة للذهاب إلى أعمالهم.

a) كوّن جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X الذي يدل على عدد الأشخاص الذين أجابوا بنعم.

b) أوجد المتوسط والتباين والانحراف المعياري لهذا التوزيع. وفسّر معنى المتوسط في سياق هذا الموقف.

4-1 تقدير النهايات بيانيًّا

قدِّر – إن أمكن – كل نهاية مما يأتي:

1) $\lim_{x \to 0^+} (4 - \sqrt{x})$

2) $\lim_{x \to 3^+} \frac{3 - x}{|x - 3|}$

3) $\lim_{x \to 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4}$

4) $\lim_{x \to -1^-} \frac{x + 7}{x^2 + 8x + 7}$

5) $\lim_{x \to -1^+} \frac{x + 7}{x^2 + 8x + 7}$

6) $\lim_{x \to 0} \frac{x^2 + 1}{x^2}$

قدِّر – إن أمكن – كل نهاية مما يأتي:

7) $\lim_{x \to -\infty} \frac{-4x^2}{x^2 + 1}$

8) $\lim_{x \to \infty} \frac{3x - 2}{x - 1}$

9) $\lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{x}$

10) $\lim_{x \to \infty} (2.7)^{3x + 2}$

11) مُعدّل التغيّر: يرتكز سلم طوله 20 ft على جدار. سُحِبت قاعدة السلم بعيدًا عن الجدار بمُعدّل 3 ft/sec. فبدأ الطرف العلوي للسلم في بالهبوط بمُعدّل $r(x) = \frac{3x}{\sqrt{400 - x^2}}$ قدمًا لكل ثانية، حيث x المسافة بين قاعدة السلم والجدار. قدّر $\lim_{x \to 20^-} r(x)$ باستعمال التمثيل البياني بالآلة البيانية.

12) كتب: تمثل الدالة $v(t) = \frac{300}{6 + 35(0.2)^t}$ سعر كتاب بالريال بعد t سنة من نشره. كم يكون الثمن النهائي للكتاب؟ أيْ أوجد $\lim_{t \to \infty} v(t)$ باستعمال التمثيل البياني بالآلة البيانية.

13) تلوُّث: يمكن تقدير تكلفة تنظيف بقعة ملوثة بمخلفات كيميائية بالدالة $C(x) = \frac{312x}{100 - x}$، حيث C التكلفة بالريال، و x كمية المخلفات الكيميائية بالجرامات، $0 \le x < 100$. قدّر $\lim_{x \to 100^-} C(x)$.

4-2 حساب النهايات جبريًّا

احسب كل نهاية مما يأتي إن أمكن:

1) $\lim_{x \to 3} (x^2 + 3x - 8)$

2) $\lim_{x \to -6} \frac{x^2 - 36}{x + 6}$

3) $\lim_{x \to 0} \frac{(3 + x)^2 - 9}{x}$

4) $\lim_{x \to 4} \sqrt{x^2 - 2x + 1}$

5) $\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - x}{2x^2 + 5x - 7}$

6) $\lim_{x \to 3^+} \frac{x^2}{2 + \sqrt{x - 3}}$

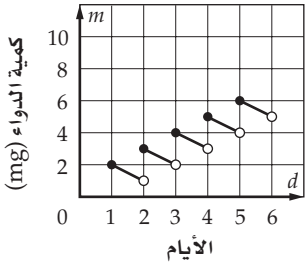
7) $\lim_{x \to \infty} (2 - 6x + 5x^3)$

8) $\lim_{x \to -\infty} \frac{x^5 - 8x^2}{4x^5 + 3x}$

9) $\lim_{x \to \infty} \frac{2x^3 - 4x + 1}{5x^4 - 2x^2}$

10) $\lim_{x \to -\infty} (6x^7 - x^2)$

11) دواء: يتناول عامر 2mg من الدواء يوميًّا، ويبيّن الشكل المجاور كمية الدواء $m(d)$ المتبقية في دمه بعد d يومًا. أوجد $\lim_{d \to 3^-} m(d)$ ، $\lim_{d \to 3^+} m(d)$.



أوجد ميل مماس منحنى كل دالةٍ مما يأتي عند النقطة المعطاة :

1) $y = x^2 - x, (3, 6)$ **2)** $y = \frac{5}{x}, (-1, -5)$

أوجد معادلة ميل منحنى كل دالةٍ مما يأتي عند أي نقطة عليه:

3) $y = -2x + 1$ **4)** $y = x^3 - 2x^2$

تمثّل $h(t)$ في كلٍّ مما يأتي، بُعد جسم متحرك بالأقدام بعد t ثانية. أوجد السرعة المتجهة اللحظية لهذا الجسم عند الزمن المعطى :

5) $h(t) = 300 - 16t^2, t = 2$ **6)** $h(t) = -16t^2 + 200t + 700, t = 3$

تمثل $h(t)$ في كل مما يأتي مسار جسم متحرك. أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ للجسم عند أي زمن :

7) $h(t) = 17t^2 + 8$ **8)** $h(t) = 5t^3 - 6t^2 + 4t + 1$

9) $h(t) = \sqrt{t} - 2t^2$ **10)** $h(t) = \frac{3}{t} + 2t$

11) مظلّيّ: يمكن تمثيل ارتفاع مظلّيّ عن سطح الأرض بالأقدام بعد t ثانية بالدالة $h(t) = 18000 - 16t^2$. أوجد سرعة المظلي المتجهة اللحظية $v(t)$.

12) كرة قدم: ركل علي كرةً بسرعة ابتدائية مقدارها 58 ft/sec. وتمثل الدالة $h(t) = -16t^2 + 58t + 6$ ارتفاع الكرة بالأقدام بعد t ثانية.

a) أوجد سرعة الكرة المتجهة اللحظية $v(t)$.

b) ما سرعة الكرة المتجهة بعد 1.5 sec ؟

أوجد مشتقة كلِّ دالة مما يأتي باستعمال النهايات، ثم احسب قيمة المشتقة عند النقاط المعطاة :

1) $g(x) = 3x^2 - 5x,\ x = -2, 1$

2) $h(x) = 4x^3 - x^2,\ x = 3, 0$

3) $f(x) = x^2 - 4x + 7,\ x = 2, -3$

4) $m(x) = -2x^2 - 6x + 1,\ x = 0, -3$

5) $q(x) = -1 + x^3 - 2x^4,\ x = -1, 3$

6) $t(x) = 3x^7 - 1,\ x = -1, 1$

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

7) $f(x) = (x^2 + 5x)^2$

8) $f(x) = x^2\,(x^3 + 3x^2)$

9) $f(x) = \sqrt[5]{x^6}$

10) $h(x) = -\dfrac{3}{x^6}$

11) $p(x) = -4x^5 + 6x^3 - 5x^2$

12) $n(x) = (3x^2 - 2x)(x^3 + x^2)$

13) $r(x) = \dfrac{3x - 1}{x^2 + 2}$

14) $q(x) = \sqrt{x}\,(x^2 - 3)$

15) فيزياء: تسارع جسم متحرك هو مُعدّل تغيّر سرعته. تمثل الدالة $v(t) = 3t^2 - 6t + 5$ سرعة جسم متحرك بالمتر لكل ثانية. أوجد تسارع الجسم بالمتر لكل ثانية تربيع بعد 5 sec (إرشاد: التسارع هو مشتقة السرعة).

قرِّب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $f(x)$ والمحور x ، على الفترة المعطاة في كلٍّ مما يأتي باستعمال الطرف المعطى لمستطيلات عرض كل منها وحدة واحدة :

1) $f(x) = x + 3$

$[1, 5]$

الطرف الأيسر

2) $f(x) = -x^2 + 6x - 4$

$[2, 5]$

الطرف الأيمن

3) $f(x) = 3x^3$

$[0, 4]$

الطرف الأيسر

4) $f(x) = 1 + x^2$

$[1, 6]$

الطرف الأيمن

استعمل النهايات؛ لتقريب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة والمحور x ، والمعطى بالتكامل المحدد في كلٍّ مما يأتي:

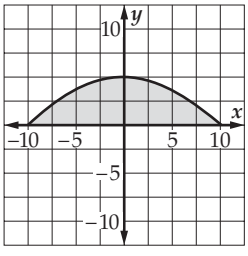
5) $\int_0^2 x^2\,dx$

6) $\int_1^6 6x^2\,dx$

7) $\int_1^3 (x^2 - x)\,dx$

8) $\int_{-2}^1 (-x^2 - 2x + 11)\,dx$

9) تصميم وعمارة: يصمم مهندس نافذة زجاجية يمكن نمذجتها بِـ $y = 5 - 0.05\,x^2$ ، والممثلة بيانيًّا في الشكل المجاور. ما مساحة سطح النافذة؟



أوجد جميع الدوال الأصلية لكل دالة مما يأتي :

1) $f(x) = 4x^3$

2) $f(x) = 2x + 3$

3) $f(x) = x(x^2 - 3)$

4) $f(x) = 8x^2 + 2x - 3$

احسب كل تكامل مما يأتي :

5) $\int 8\,dx$

6) $\int (2x^3 + 6x)\,dx$

7) $\int (-6x^5 - 2x^2 + 5x)\,dx$

8) $\int_2^5 2x\,dx$

9) $\int_{-5}^{-1} (-4x^3 - 3x^2)\,dx$

10) $\int_{-2}^{1} (1 - x)(x + 3)\,dx$

11) فيزياء: الشُّغل اللازم بوحدة الجول لضغط نابض مسافة ℓ قدم من وضعه الطبيعي يُعطى بالصيغة $W = \int_0^{\ell} 2x\,dx$. ما مقدار الشُّغل اللازم لضغط النابض مسافة 6 in من وضعه الطبيعي؟

12) أعمال النجارة: افرض أن عدد الساعات التي يحتاج إليها نجار لصناعة p قطعة أثاث مُعطى بالتكامل $h = \int_0^{p} (30 - 3x)\,dx$ ، فكم ساعة يحتاج هذا النجار لصناعة 6 قطع أثاث؟