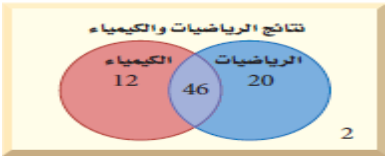
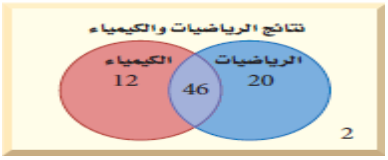
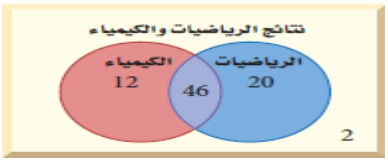
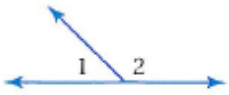
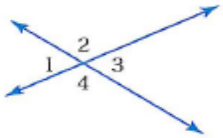
الفصل الأول: التبرير والبرهان
Reasoning and Proof

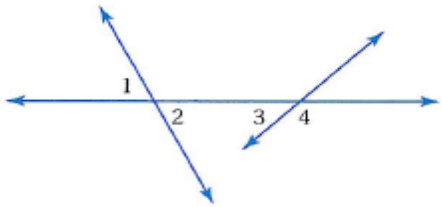
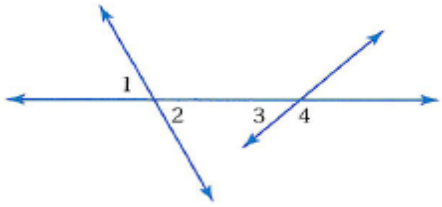
1) اختاري الإجابة الصحيحة فيما يلي :

التبرير الاستقرائي و التخمين .							
1	الحد التالي في المتتابعة التالية : ..... , 10- , 2- , 5 , 11 , 16 , 20 (ابدئي من اليسار) .						
	A	20	**B**	-20	**C**	19	**D**	-19
2	الحد التالي في المتتابعة التالية : ..... , 16 , 8 , 4 , 2 , 1 (ابدئي من اليسار) .						
	A	32	**B**	30	**C**	22	**D**	20
3	الحد التالي في المتتابعة التالية : ..... , 8- , 2- , 4 , 10 (ابدئي من اليسار) .						
	A	-10	**B**	-14	**C**	16	**D**	18
4	بناء على العبارة التالية : (ناتج جمع عددين فرديين) فإن التخمين الصحيح هو :						
	A	عدد فردي .	**B**	عدد زوجي .	**C**	عدد كلي .	**D**	لا شيء مما ذكر .
5	المثال المضاد الذي يبيّن أن العبارة : (إذا كان **n** عدداً حقيقياً ، فإن **n–** يكون سالباً) خاطئة هو :						
	A	**n = -1**	**B**	**n = 2**	**C**	**n = 3**	**D**	**n = 4**
المنطق .							
6	إذا كان : **p** : في الأسبوع الواحد سبعة أيام . و **q** : في اليوم الواحد **20** ساعة . فإن قيمة الصواب لـ **p ∧ q** هي :						
	A	بما أن كلا العبارتين **p** وَ **q** صحيحتان . إذن ، عبارة الوصل **p ∧ q** صحيحة .	**B**	العبارة **p** صحيحة ، لكن العبارة **q** خاطئة . إذن ، عبارة الوصل **p ∧ q** خاطئة .	**C**	العبارة **p** صحيحة ، ولا يؤثر كون العبارة **q** خاطئة . إذن ، عبارة الوصل **p ∧ q** صحيحة .	**D**	بما أن كلا العبارتين **p** وَ **q** خاطئتان . إذن ، عبارة الوصل **p ∧ q** خاطئة .
7	إذا كان : **p** : في الأسبوع الواحد سبعة أيام . و **q** : في اليوم الواحد **20** ساعة . فإن قيمة الصواب لـ **p ∨ q** هي :						
	A	بما أن كلا العبارتين **p** وَ **q** صحيحتان . إذن ، عبارة الفصل **p ∨ q** صحيحة .	**B**	العبارة **p** صحيحة ، لكن العبارة **q** خاطئة . إذن ، عبارة الفصل **p ∨ q** خاطئة .	**C**	العبارة **p** صحيحة ، ولا يؤثر كون العبارة **q** خاطئة . إذن ، عبارة الفصل **p ∨ q** صحيحة .	**D**	بما أن كلا العبارتين **p** وَ **q** خاطئتان . إذن ، عبارة الفصل **p ∨ q** خاطئة .

8	يمثل شكل فن المجاور عدد طلاب الصف الأول الثانوي الذين نجحوا والذين لم ينجحوا في اختباري الرياضيات أو الكيمياء . ما عدد الطلاب الذين نجحوا في الرياضيات و في الكيمياء ؟							
	A	78	B	46	C	20	D	12
9	يمثل شكل فن المجاور عدد طلاب الصف الأول الثانوي الذين نجحوا والذين لم ينجحوا في اختباري الرياضيات أو الكيمياء . ما عدد الطلاب الذين نجحوا في الرياضيات أو في الكيمياء ؟							
	A	78	B	46	C	20	D	12
10	يمثل شكل فن المجاور عدد طلاب الصف الأول الثانوي الذين نجحوا والذين لم ينجحوا في اختباري الرياضيات أو الكيمياء . ما عدد الطلاب الذين نجحوا في اختبار الكيمياء ولم ينجحوا في اختبار الرياضيات ؟							
	A	78	B	46	C	20	D	12
	العبارات الشرطية .							
11	في العبارة الشرطية التالية : (إذا كان لمضلع ستة أضلاع ، فإنه سداسي) . فإن الفرض هو :							
	A	للمضلع ستة أضلاع .	B	المضلع سداسي .	C	المضلع محدباً .	D	لا شيء مما ذكر .
12	في العبارة الشرطية التالية : (إذا كان الشهر القادم رمضان ، فإن هذا الشهر هو شهر شعبان) . فإن النتيجة هي :							
	A	الشهر القادم رمضان .	B	الشهر القادم رجب .	C	هذا الشهر هو شهر شعبان .	D	لا شيء مما ذكر .
13	إذا كان مجموع قياسي زاويتين 90° فإن الزاويتين متتامتان . أي من العبارات التالية هي عكس العبارة الشرطية السابقة ؟							
	A	إذا كانت الزاويتان متتامتين فإن مجموع قياسيهما 90° .	B	إذا كانت الزاويتان غير متتامتين فإن مجموع قياسيهما 90° .	C	إذا كانت الزاويتان متتامتين فإن مجموع قياسهما لا يساوي 90° .	D	إذا كانت الزاويتان غير متتامتين فإن مجموع قياسهما لا يساوي 90° .
14	إذا كانت الزاويتان متقابلتان بالرأس فإنهما متطابقتان. أي من العبارات التالية هي معكوس العبارة الشرطية السابقة ؟							
	A	إذا كانت الزاويتان متطابقتان فإنهما متقابلتان بالرأس .	B	إذا كانت الزاويتان غير متقابلتان بالرأس فإنهما غير متطابقتان .	C	إذا كانت الزاويتان غير متقابلتان بالرأس فإنهما متطابقتان .	D	إذا كانت الزاويتان غير متطابقتان فإنهما غير متقابلتان بالرأس .
15	إذا كان الحيوان فاراً ، فإنه من القوارض . أي من العبارات التالية هي المعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية السابقة ؟							
	A	إذا كان الحيوان من القوارض ، فإنه يكون فاراً .	B	إذا لم يكن الحيوان فاراً ، فإنه ليس من القوارض .	C	إذا لم يكن الحيوان من القوارض ، فإنه لا يكون فاراً .	D	إذا لم يكن الحيوان من القوارض ، فإنه يكون فاراً .

التبرير الاستنتاجي .								
16	إذا كانت العبارة الشرطية $q \rightarrow p$ صحيحة والفرض p صحيحاً فإن q تكون صحيحة أيضاً .							
	A	قانون الفصل المنطقي .	B	قانون الوصل المنطقي .	C	قانون القياس المنطقي .	D	قانون المنطق .
17	إذا كانت العبارتان الشرطيتان $p \rightarrow q , q \rightarrow r$ صحيحتين فإن العبارة الشرطية $p \rightarrow r$ صحيحة أيضاً .							
	A	قانون الفصل المنطقي .	B	قانون الوصل المنطقي .	C	قانون القياس المنطقي .	D	قانون المنطق .
المسلّمات و البراهين الحرة .								
18	إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في :							
	A	نقطة واحدة فقط .	B	نقطتين .	C	ثلاث نقاط .	D	مستقيم واحد .
19	إذا تقاطع مستويان فإنهما يتقاطعان في :							
	A	نقطة واحدة فقط .	B	نقطتين .	C	ثلاث نقاط .	D	مستقيم واحد .
البرهان الجبري .								
20	الخاصية التي تبرر العبارة التالية : $a = a$. هي :							
	A	خاصية الانعكاس للمساواة .	B	خاصية التماثل للمساواة .	C	خاصية التعدي للمساواة.	D	خاصية التعويض للمساواة.
21	الخاصية التي تبرر العبارة التالية : $y = 5$ فإن $5 = y$. هي :							
	A	خاصية الانعكاس للمساواة .	B	خاصية التماثل للمساواة .	C	خاصية التعدي للمساواة.	D	خاصية التعويض للمساواة.
22	الخاصية التي تبرر العبارة التالية : $x = 5$ و $b = 5$ فإن : $x = b$. هي :							
	A	خاصية الانعكاس للمساواة .	B	خاصية التماثل للمساواة .	C	خاصية التعدي للمساواة.	D	خاصية التعويض للمساواة.
23	الخاصية التي تبرر العبارة التالية : إذا كان $m\angle A = m\angle B$ و $m\angle B = m\angle C$ فإن $m\angle A = m\angle C$.هي :							
	A	خاصية الانعكاس للمساواة .	B	خاصية التماثل للمساواة .	C	خاصية التعدي للمساواة.	D	خاصية التعويض للمساواة.
24	الخاصية التي تبرر العبارة التالية : $a + 10 = 20$ فإن : $a = 10$. هي :							
	A	خاصية الجمع للمساواة .	B	خاصية الطرح للمساواة .	C	خاصية الضرب للمساواة.	D	خاصية القسمة للمساواة.
25	الخاصية التي تبرر العبارة التالية : $4x - 5 = x + 12$ فإن : $4x = x + 17$. هي :							
	A	خاصية الجمع للمساواة .	B	خاصية الطرح للمساواة .	C	خاصية الضرب للمساواة.	D	خاصية القسمة للمساواة.

إثبات علاقات بين القطع المستقيمة .								
26	إذا وقعت النقاط A , B , C على استقامة واحدة ، وكانت النقطة B بين A و C ، فإنّ :							
	A	AB+BC=AC	B	AB+AC=BC	C	AC+BC=AB	D	AB+BA=AC
27	الخاصية التي تبرر العبارة التالية : $\overline{AB} \cong \overline{AB}$. هي :							
	A	خاصية الانعكاس للتطابق .	B	خاصية التماثل للتطابق .	C	خاصية التعدي للتطابق .	D	خاصية التعويض للتطابق .
28	الخاصية التي تبرر العبارة التالية : إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$. هي :							
	A	خاصية الانعكاس للتطابق .	B	خاصية التماثل للتطابق .	C	خاصية التعدي للتطابق .	D	خاصية التعويض للتطابق .
29	الخاصية التي تبرر العبارة التالية : إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{EF}$, $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$. هي :							
	A	خاصية الانعكاس للتطابق .	B	خاصية التماثل للتطابق .	C	خاصية التعدي للتطابق .	D	خاصية التعويض للتطابق .
إثبات علاقات بين الزوايا .								
30	إذا كانت : $m\angle PQR + m\angle RQS = m\angle PQS$							
	A	فإن النقطة R تقع داخل $\angle RQP$.	B	فإن النقطة R تقع داخل $\angle RQS$.	C	فإن النقطة R تقع داخل $\angle PQR$.	D	فإن النقطة R تقع داخل $\angle PQS$.
31	الخاصية التي تبرر العبارة التالية : إذا كانت $\angle 2 \cong \angle 1$ ، وكانت $\angle 3 \cong \angle 2$ ، فإن $\angle 3 \cong \angle 1$. هي :							
	A	خاصية الانعكاس للتطابق .	B	خاصية التماثل للتطابق .	C	خاصية التعدي للتطابق .	D	خاصية التعويض للتطابق .
32	في الشكل التالي : إذا كان $m\angle 1 = 64°$ فإن : ..... = $m\angle 2$. 							
	A	26°	B	30°	C	64°	D	116°
33	في الشكل التالي : إذا كان $m\angle 1 = 64°$ فإن : ..... = $m\angle 2$.							
	A	26°	B	30°	C	64°	D	116°
34	في الشكل التالي : إذا كان $m\angle 1 = 64°$ فإن : ..... = $m\angle 3$. 							
	A	26°	B	30°	C	64°	D	116°

35	في الشكل التالي : إذا علمت أن : $m\angle 1 = 72^\circ , m\angle 3 = 26^\circ$. فإن : ..... = $m\angle 2$. 							
	A	26°	B	72°	C	88°	D	154°
36	في الشكل التالي : إذا علمت أن : $m\angle 1 = 72^\circ , m\angle 3 = 26^\circ$. فإن : ..... = $m\angle 4$. 							
	A	26°	B	72°	C	88°	D	154°

2) أكملي العبارات التالية بما يناسبها :

📖 تُسمّى العبارة النهائية التي نتوصل إليها باستعمال التبرير الاستقرائي تخميناً .

📖 العبارة هي جملة خبرية إما أن تكون صحيحة أو خاطئة فقط ، ولا تحتمل أي حالة أخرى .

📖 عبارة الوصل عبارة مركبة ناتجة عن ربط عبارتين أو أكثر باستعمال " و" .

📖 عبارة الفصل عبارة مركبة ناتجة عن ربط عبارتين أو أكثر باستعمال " أو" .

📖 إذا كانت p عبارة صحيحة (T) فإن $\sim p$ تكون عبارة خاطئة (F) .

📖 إذا كانت p عبارة خاطئة (F) فإن $\sim p$ تكون عبارة صحيحة (T) .

📖 إذا كانت p : $9 + 5 = 14$ ، q : شهر رمضان 31 يوماً . فإن : $p \wedge q$: $9 + 5 = 14$ و شهر رمضان 31 يوماً .
وهي عبارة خاطئة لأن العبارة p صحيحة ، لكن العبارة q خاطئة .

📖 إذا كانت p : $9 + 5 = 14$ ، r : للمربع أربعة أضلاع . فإن : $p \wedge r$: $9 + 5 = 14$ و للمربع أربعة أضلاع .
وهي عبارة صحيحة لأن كلّاً العبارتين p وَ r صحيحتان .

📖 إذا كانت q : شهر رمضان 31 يوماً . ، r : للمربع أربعة أضلاع . فإن : $q \vee r$: شهر رمضان 31 يوماً أو للمربع أربعة أضلاع .
وهي عبارة صحيحة لأن العبارة r صحيحة . ولا يؤثر كون العبارة q خاطئة .

📖 إذا كانت p : تقع مكة المكرمة على الخليج العربي . r : توجد حدود مشتركة للمملكة العربية السعودية مع باكستان .
فإن : $p \vee r$: تقع مكة المكرمة على الخليج العربي أو توجد حدود مشتركة للمملكة العربية السعودية مع باكستان .
وهي عبارة خاطئة لأن كلّاً العبارتين p وَ r خاطئتان .

📖 أكملي الجدول التالي :

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$
T	T	F	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T

📖 في العبارة التالية : (الزاوية التي قياسها أكبر من 0° و أصغر من 90° هي زاوية حادة) .

فإن الفرْض : قياس الزاوية أكبر من 0° و أصغر من 90° .

والنتيجة : تُسمى الزاوية زاوية حادة . وتكتب العبارة السابقة على صورة (إذا كان .....فإن)كما يلي :

إذا كان قياس الزاوية أكبر من 0° و أصغر من 90° فإنها زاوية حادة .

📖 العبارة الشرطية و معاكسها الإيجابي متكافئان منطقيّاً .

📖 عكس العبارة الشرطية و معكوسها متكافئان منطقيّاً .

📖 (1) إذا لم يكن في السيارة وقود ، فإنها لن تعمل .

(2) لا يوجد وقود في سيارة عبد الله .

(3) لن تعمل سيارة عبد الله .

نستنتج مما سبق أن العبارة (3) نتيجة للعبارتين (1) و (2) من خلال قانون الفصل المنطقي .

📖 (1) إذا أحضر الطالب موافقة من ولي أمره ، يمكنه الذهاب في الرحلة المدرسية .

(2) أحضر سلمان موافقة من ولي أمره .

(3) يمكن أن يذهب سلمان في الرحلة المدرسية .

نستنتج مما سبق أن العبارة (3) نتيجة للعبارتين (1) و (2) من خلال قانون الفصل المنطقي .

📖 (1) إذا حصلت على عمل ، فسوف تكسب نقوداً ،

(2) إذا كسبت نقوداً ، فسوف تتمكن من شراء سيارة .

(3) إذا حصلت على عمل ، فسوف تتمكن من شراء سيارة .

نستنتج مما سبق أن العبارة (3) نتيجة للعبارتين (1) و (2) من خلال قانون القياس المنطقي .

📖 (1) إذا وصلت منى إلى المدرسة قبل الساعة السابعة والنصف صباحا فإنها ستحصل على مساعدة في الرياضيات .

(2) إذا حصلت منى على مساعدة في الرياضيات فإنها ستنجح في الاختبار .

(3) إذا وصلت منى إلى المدرسة قبل الساعة السابعة والنصف صباحا فإنها ستنجح في اختبار الرياضيات .

نستنتج مما سبق أن العبارة (3) نتيجة للعبارتين (1) و (2) من خلال قانون القياس المنطقي .

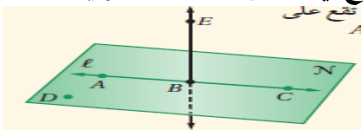
📖 أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط .

📖 أي ثلاث نقاط مختلفة لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط .

📖 إذا وقعت نقطتان في مستوى ، فإن المستقيم الوحيد المار بهما يقع كليًّا في ذلك المستوى .

📖 إذا كانت M هي نقطة منتصف $\overline{AB}$ فإن : $\overline{AM} \cong \overline{MB}$

📖 في الشكل المجاور النقاط A , B , C تقع على استقامة واحدة . والنقاط A , B , C , D تقع في المستوى N . أذكري المسلمة أو النظرية التي تدعم صحة كل من العبارتين التاليتين :



ꙮ A , B , D تحدد المستوى N .

1.2 : أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط .

ꙮ $\overleftrightarrow{BE}$ يقطع $\overleftrightarrow{AC}$ في النقطة B .

1.6 : إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط .

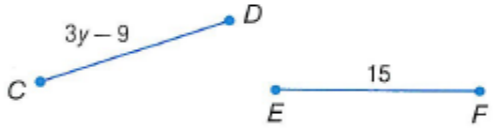
📖 في الشكل المجاور. أذكري المسلمة التي استعملتيها لبيان صحة كل عبارة .

ꙮ يحتوي المستقيم m على النقطتين F و G . ويمكن أن تقع النقطة E أيضاً على المستقيم m .

1.3 : كل مستقيم يحتوي نقطتين على الأقل .

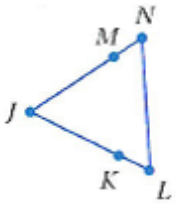
ꙮ يتقاطع المستويان P و Q في المستقيم m .

1.7 : إذا تقاطع مستويان ، فإن تقاطعهما يكون مستقيماً .



📖 أكملي البرهان التالي : إذا كان : $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن : $y = 8$.

	العبارات .		المبررات .
(1	$\overline{CD} \cong \overline{EF}$	(1	معطيات .
(2	$CD = EF$	(2	تعريف تطابق القطع المستقيمة .
(3	$3y - 9 = 15$	(3	خاصية التعويض للمساواة .
(4	$3y - 9 + 9 = 15 + 9$	(4	خاصية الجمع للمساواة .
(5	$3y = 24$	(5	بالتبسيط .
(6	$\frac{3y}{3} = \frac{24}{3}$	(6	خاصية القسمة للمساواة .
(7	$y = 8$	(7	بالتبسيط .



📖 أكملي البرهان التالي : المعطيات : $\overline{KJ} \cong \overline{MJ}$ ، $\overline{LK} \cong \overline{NM}$ المطلوب إثبات أن : $\overline{LJ} \cong \overline{NJ}$.

	العبارات .		المبررات .
(1	$\overline{LK} \cong \overline{NM}$, $\overline{KJ} \cong \overline{MJ}$	(1	معطيات .
(2	$LK = NM$, $KJ = MJ$	(2	تعريف تطابق القطع المستقيمة .
(3	$LK + KJ = NM + MJ$	(3	خاصية الجمع للمساواة .
(4	$LK + KJ = LJ$ و $NM + MJ = NJ$	(4	مسلّمة جمع القطع المستقيمة .
(5	$LJ = NJ$	(5	خاصية التعويض للمساواة .
(6	$\overline{LJ} \cong \overline{NJ}$	(6	تعريف تطابق القطع المستقيمة .

📖 إذا كانت الزاويتان متجاورتين على مستقيم . فإنهما متكاملتان .

📖 إذا شكّل الضلعان غير المشتركين لزاويتين متجاورتين زاوية قائمة فإن الزاويتين تكونان متتامتين .

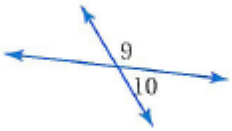
📖 الزاويتان المكملتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين .

📖 الزاويتان المتممتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين .

📖 الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان .

📖 جميع الزوايا القائمة متطابقة .

📖 إذا كانت الزاويتان متكاملتين و متطابقتين ، فإنهما قائمتان .



📖 في الشكل التالي إذا كان : $m\angle 9 = 3x + 12 , m\angle 10 = x - 24$.

فإن : قيمة x هي : $m\angle 9 + m\angle 10 = 180^\circ$ نظرية الزاويتين المتكاملتين .

$(3x + 12) + (x - 24) = 180^\circ$ بالتعويض .

$4x - 12 = 180^\circ$ بالتبسيط .

$4x - 12 + 12 = 180^\circ + 12$ خاصية الجمع للمساواة .

$4x = 192$ بالتبسيط .

$\frac{4x}{4} = \frac{192}{4}$ خاصية القسمة للمساواة .

$x = 48$ بالتبسيط .

$m\angle 9 = 3x + 12 = 3(48) + 12 = 144 + 12 = 156^\circ$

$m\angle 10 = x - 24 = 48 - 24 = 24^\circ$

📖 في الشكل التالي إذا كان : $m\angle 1 = 70^\circ , m\angle 2 = 2x + 10$.

فإن : قيمة x هي : $m\angle 1 + m\angle 2 = 90^\circ$ نظرية الزاويتين المتتامتين .

$70^\circ + (2x + 10) = 90^\circ$ بالتعويض .

$2x + 80 = 90^\circ$ بالتبسيط .

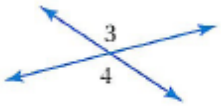
$2x + 80 - 80 = 90^\circ - 80$ خاصية الطرح للمساواة .

$2x = 10$ بالتبسيط .

$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$ خاصية القسمة للمساواة .

$x = 5$ بالتبسيط .

$m\angle 2 = 2x + 10 = 2(5) + 10 = 10 + 10 = 20^\circ$



📖 في الشكل التالي إذا كان : $m\angle 3 = 2x + 23 , m\angle 4 = 113^\circ$.

فإن : قيمة x هي : $\angle 4 \cong \angle 3$ نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس .

$m\angle 3 = m\angle 4$ تعريف تطابق الزوايا .

$2x + 23 = 113^\circ$ بالتعويض .

$2x + 23 - 23 = 113^\circ - 23$ خاصية الطرح للمساواة .

$2x = 90$ بالتبسيط .

$\frac{2x}{2} = \frac{90}{2}$ خاصية القسمة للمساواة .

$x = 45$ بالتبسيط . ،

$m\angle 3 = 2x + 23 = 2(45) + 23 = 90 + 23 = 113^\circ$ الحمد لله